

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

Modulübersicht

- Modul 1: Sonne - Stern unter Sternen - 2010 Februar/März**
- Modul 2: Aufbau des Planetensystems und innere Planeten
(Merkur und Venus) - 2010 Mai/Juni**
- Modul 3: Erde und Mond - 2010 August/September**
- Modul 4: Mars - 2010 November/Dezember**
- Modul 5: Jupiter, seine Monde und die Kleinen Körper
2011 Februar/März**
- Modul 6: Saturn und die faszinierende planetarer Monde
2011 Mai/Juni**
- Modul 7: Gasriesen am Rand des Sonnensystems
(Uranus, Neptun und die Welt dahinter)
2011 Juli/September**
- Modul 8: Kometen, Heliosphäre und die Entstehung des
Sonnensystems - 2011 November/Dezember**

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

Modulübersicht

- Modul 9:** Interstell. Materie und die Entstehung von Sternen
2012 Februar 1, 15, 29
- Modul 10:** Aufbau u. Entwicklung v. Sternen u. ihre Strahlung
2012 Mai 9, 23, Juni 13
- Modul 11:** Die Sonne als Stern in der Milchstraße
2012 Juli 25, September 12, 26
- Modul 12:** Endstadien und Sonderfälle der Sternentwicklung
2012 November 7, 21, Dezember 5
- Modul 13:** Milchstraße
2013 Februar 6, 20, März 6
- Modul 14:** Galaxien, Galaxienhaufen, Dunkle Materie und die
großräumige Struktur des Kosmos
2013 Mai 15, 29, Juni 19

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

Modulübersicht

- Modul 15:** Radiogalaxien, Quasare und supermassive Schwarze Löcher
2013 November 13, 27, Dezember 11
- Modul 16:** Dimensionen des Weltalls
2014 März 26, April 9, 23
- Modul 17:** Die Struktur des Kosmos
2014 Mai 14, 28, Juni 11
- Modul 18:** Raum-Zeit-Kontinuum, Dunkle Materie und Teilchen
2014 August 27, September 10, 24
- Modul 19:** Modelle des Kosmos
2014 Oktober 22, November 5, 19
- Modul 20:** Entwicklungsphasen des Weltalls, Gesamtschau
2015 (*noch festzulegen*)

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

Entgelte

9 €

**Schüler, Studenten, Auszubildende, Bonn-Ausweis,
Schwerbehinderte: 6 €**

J. Wirths Aktuelle Astronomie - Einführungskurs

Modul 17: *Die Struktur des Kosmos*

(Themen 4.1, 4.6, 4.7)

Modul 17

Themen

- 4.1 *Kosmologie –
Lebensgeschichte des Universums*
- 4.6 *Ein Scheibchen Vergangenheit –
Raum-Zeit-Kontinuum und Relativität*
- 4.7 *Absolut relativ –
Einführung in die Relativitätstheorie*

Die Expansion des Kosmos

Das kosmologische Prinzip

**Der beobachtbare Teil des Universums
repräsentiert das Universum als Ganzes
in seinen Eigenschaften und Strukturen.
Es ist im Großen homogen.**

Die Expansion des Kosmos

Das Newtonsche Paradoxon

**Gibt es eine unendliche und homogene Massenverteilung,
so kann die Gravitationskraft an einem Ort
nicht endgültig bestimmt werden.**

Die Expansion des Kosmos

Das Olberssche Paradoxon

Ein unendliches, homogenes, nicht massenleeres Universum wäre strahlend hell, der Himmel also nicht dunkel. Selbst unter Annahme eines absorbierenden Mediums würde sich dieses bis zu einem Gleichgewichtszustand aufheizen und selber strahlen.

⇒ Es muss eine geschichtliche Entwicklung gegeben haben.

Die Expansion des Kosmos

Einsteins Relativitätstheorie

Auch Einsteins Relativitätstheorie erlaubt in einem nicht masseleeren Universum keine statischen Lösungen.

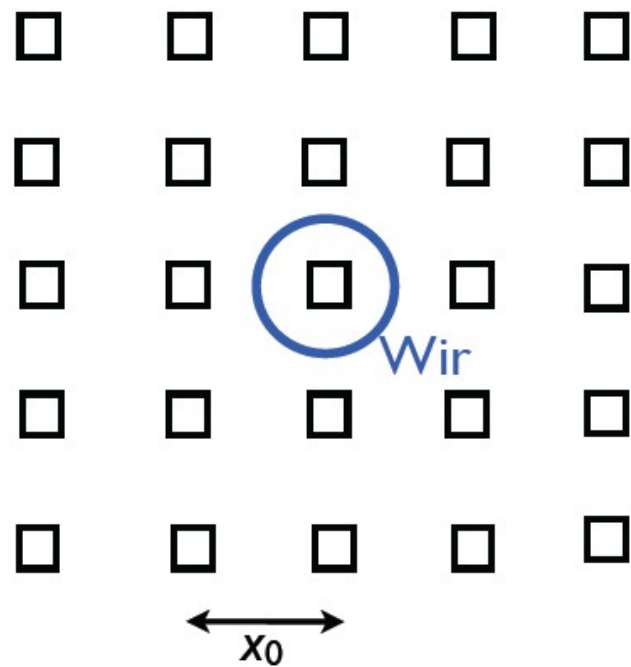
Die Expansion des Kosmos

Beobachtungsbefund

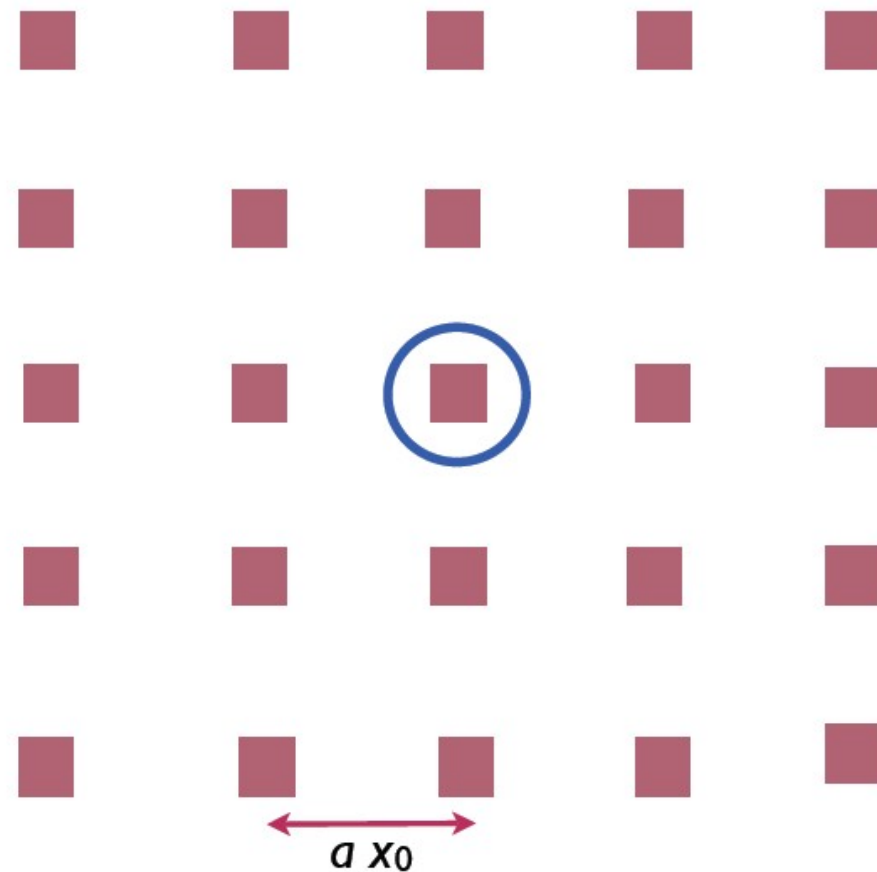
Die Beobachtung der Existenz der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung ist ein klarer Befund für die Expansion des beobachtbaren Kosmos und seine Entstehung aus einem heißen Urknall.

Die Expansion des Kosmos

Universum bei t_0



Universum bei $t > t_0$; Skalenfaktor $a > 1$

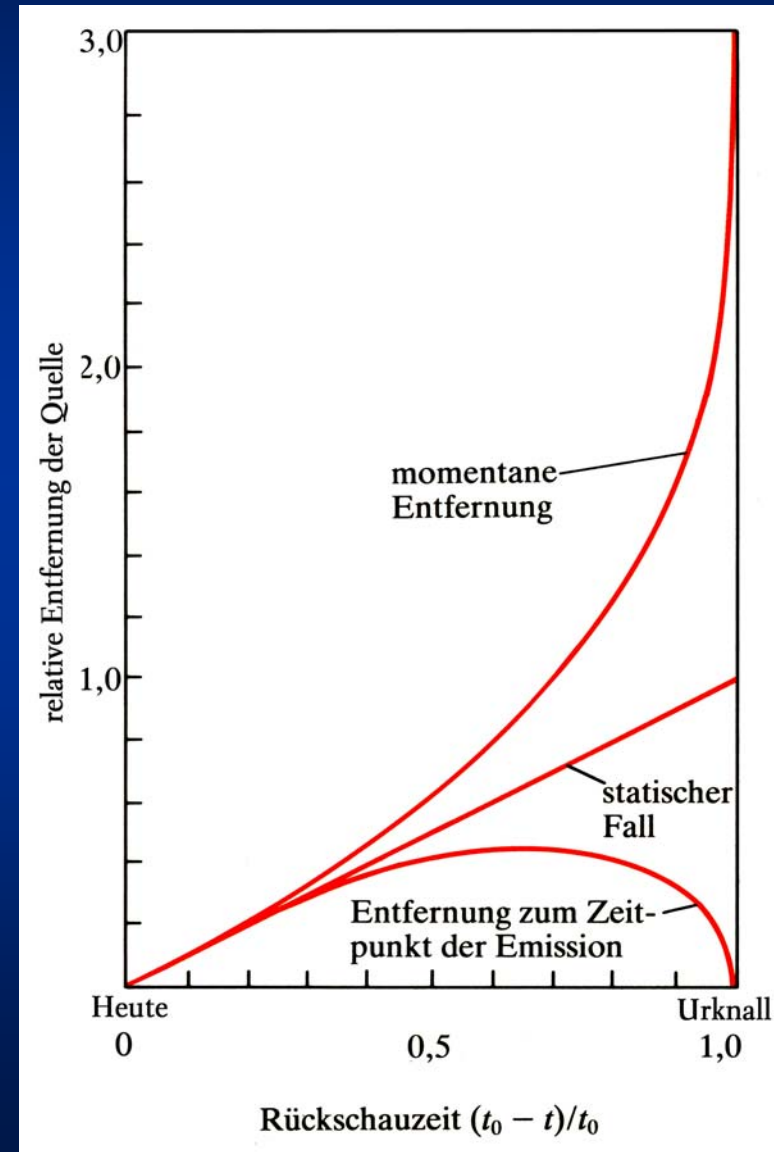


(Illustration nach Lawrence Krauss)

Die Expansion des Kosmos

Die Entwicklung der Entfernungen

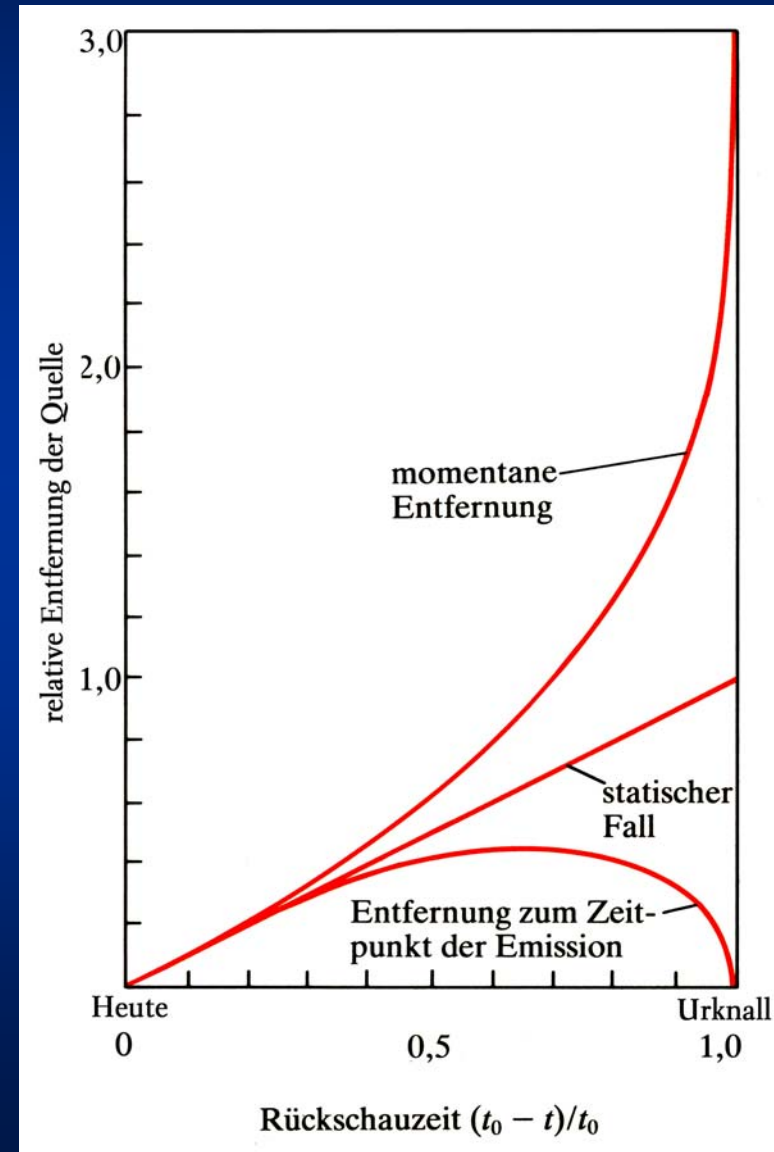
- Da das Universum anfangs sehr klein war, waren natürlich auch alle Entfernungen der dort beobachtbaren Objekte zum Zeitpunkt der Emission sehr klein.
- Durch die schnelle Expansion wuchsen diese Entfernungen; hinzu kommt die zusätzliche Lichtstrecke seit der Emission.
- In größerer Nähe sinken die Entfernungen wieder wegen der geringen Lichtstrecken.
- In einem statischen Universum zählt nur die Lichtstrecke, die linear mit der Entfernung wächst.



Die Expansion des Kosmos

Die Entwicklung der Entfernungen

Die heutige Entfernung der Gebiete, aus denen die früheste Strahlung kurz nach dem Urknall entstammt, ist durch die Expansion 3x größer, als sie in einem statischen Universum seit dem Urknall von Strahlung mit Lichtgeschwindigkeit hätte durchlaufen werden können.



Die Expansion des Kosmos

Die Entwicklung der Entfernungen

Zur Verdeutlichung sei hier noch einmal ein Gedankenexperiment gemacht:

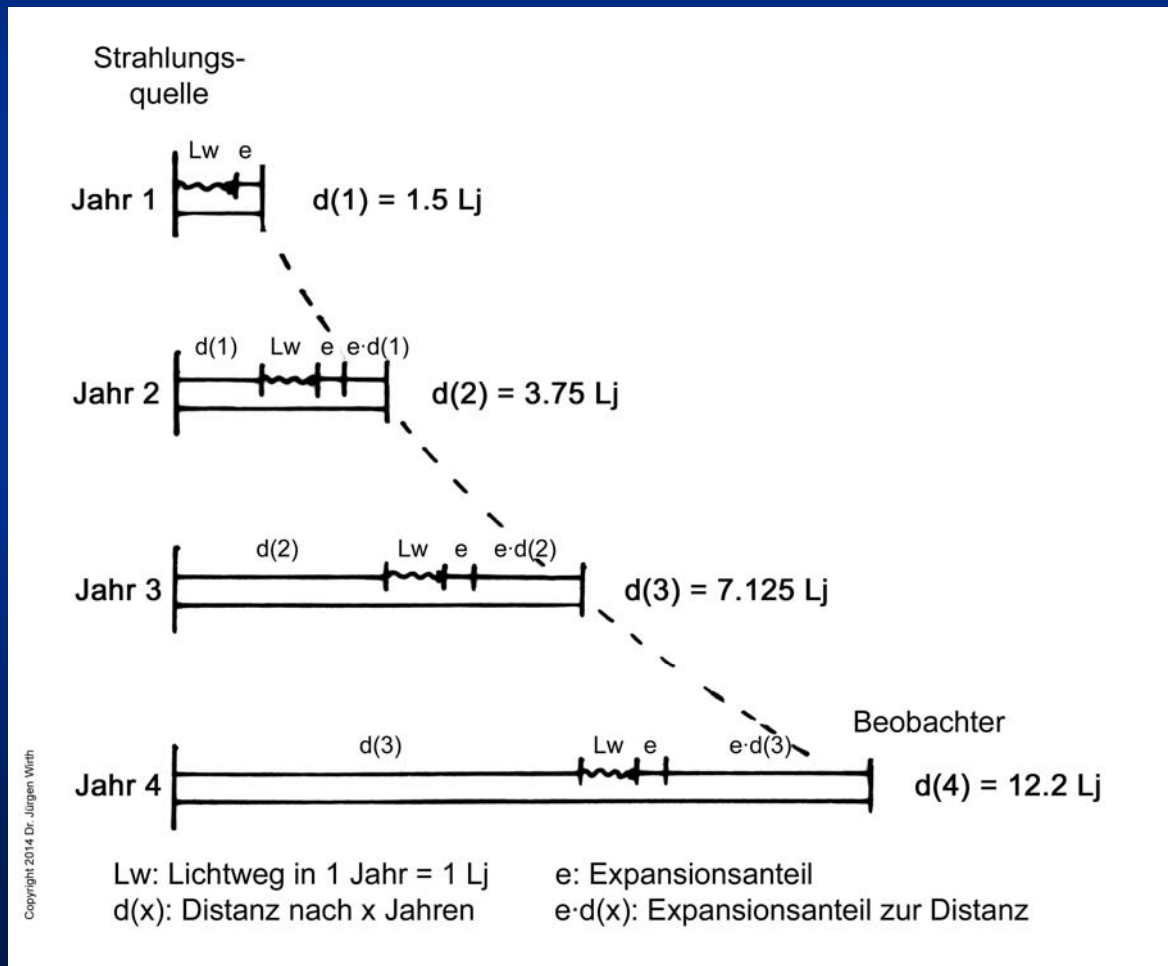
Der Expansionszuwachs pro Jahr sei $\frac{1}{2}$ Lj pro Lj Strecke.

Nach dem 1. Jahr hat sich die Distanz zur Quelle durch die Expansion auf 1.5 Lj vergrößert.

Nach dem 2. Jahr bereits auf 3.75 Lj.

Nach dem 3. Jahr auf 7.125 Lj.

Im 4. Jahr wächst die Distanz auf über 12 Lj, obwohl das Licht selbst nur einen Lichtweg von $4 \cdot Lw = 4$ Lj zurückgelegt hat.



Die Expansion des Kosmos

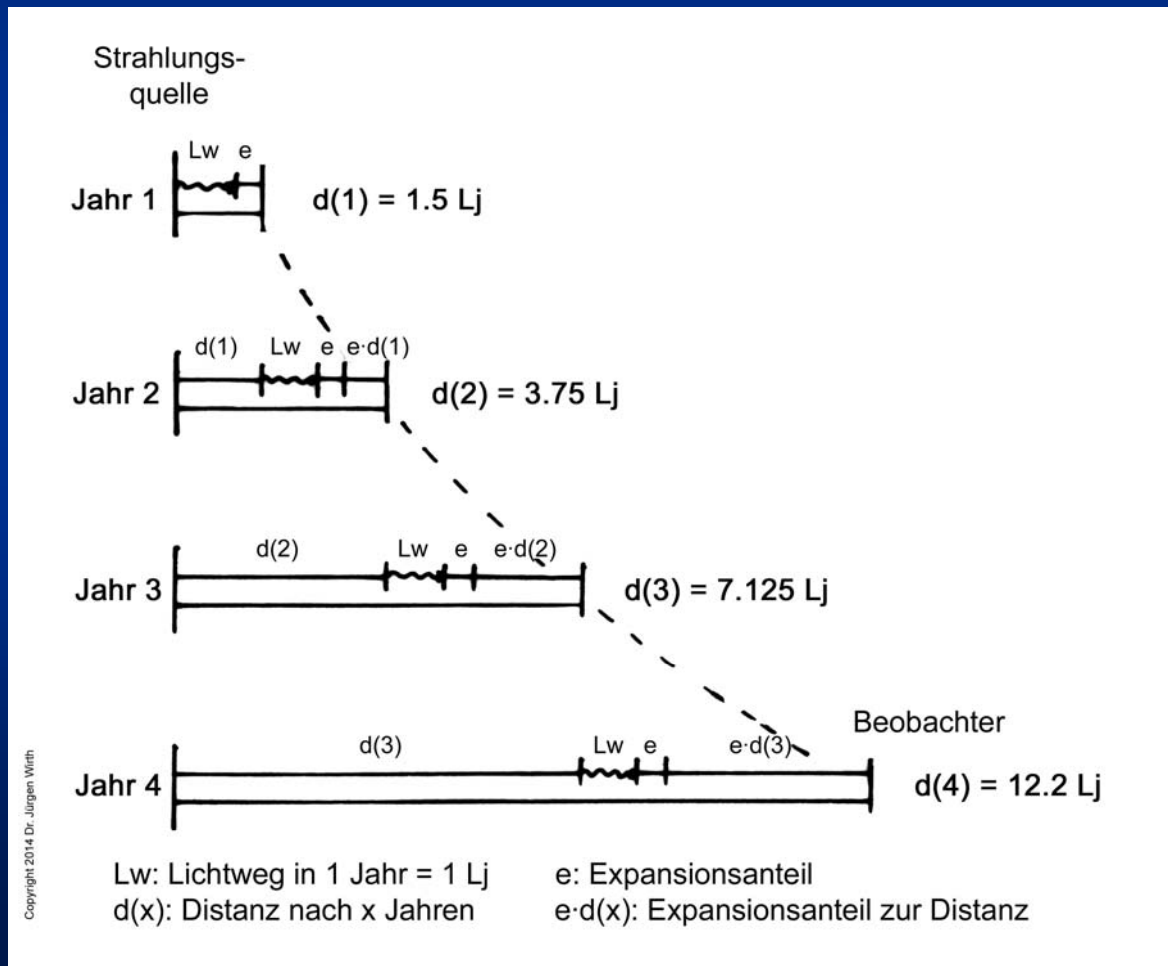
Die Entwicklung der Entfernungen

Zur Verdeutlichung sei hier noch einmal ein Gedankenexperiment gemacht:

Der Expansionszuwachs pro Jahr sei $\frac{1}{2}$ Lj pro Lj Strecke.

Die ursprüngliche Strahlungsquelle, z.B. der Ort, wo die Hintergrundstrahlung entstand, ist durch die Expansion mehr als 3 Mal so weit entfernt wie der Weg, den das Licht tatsächlich zurückgelegt hat.

Bereits heute kann ein jetzt ausgesandter Lichtstrahl entfernte Gebiete des Kosmos wegen der Expansion nie mehr erreichen, der „Aktionshorizont“ ist begrenzt.



Die Expansion des Kosmos

Alter und Rückschauzeit

Rückschauzeit und Alter hängen in einem expandierenden Universum nur bei kleinen Rotverschiebungen direkt (linear) mit der Rotverschiebung zusammen.

Für größere Rotverschiebungen ist der Zusammenhang vom Ablauf der Expansion und damit vom Weltmodell abhängig.

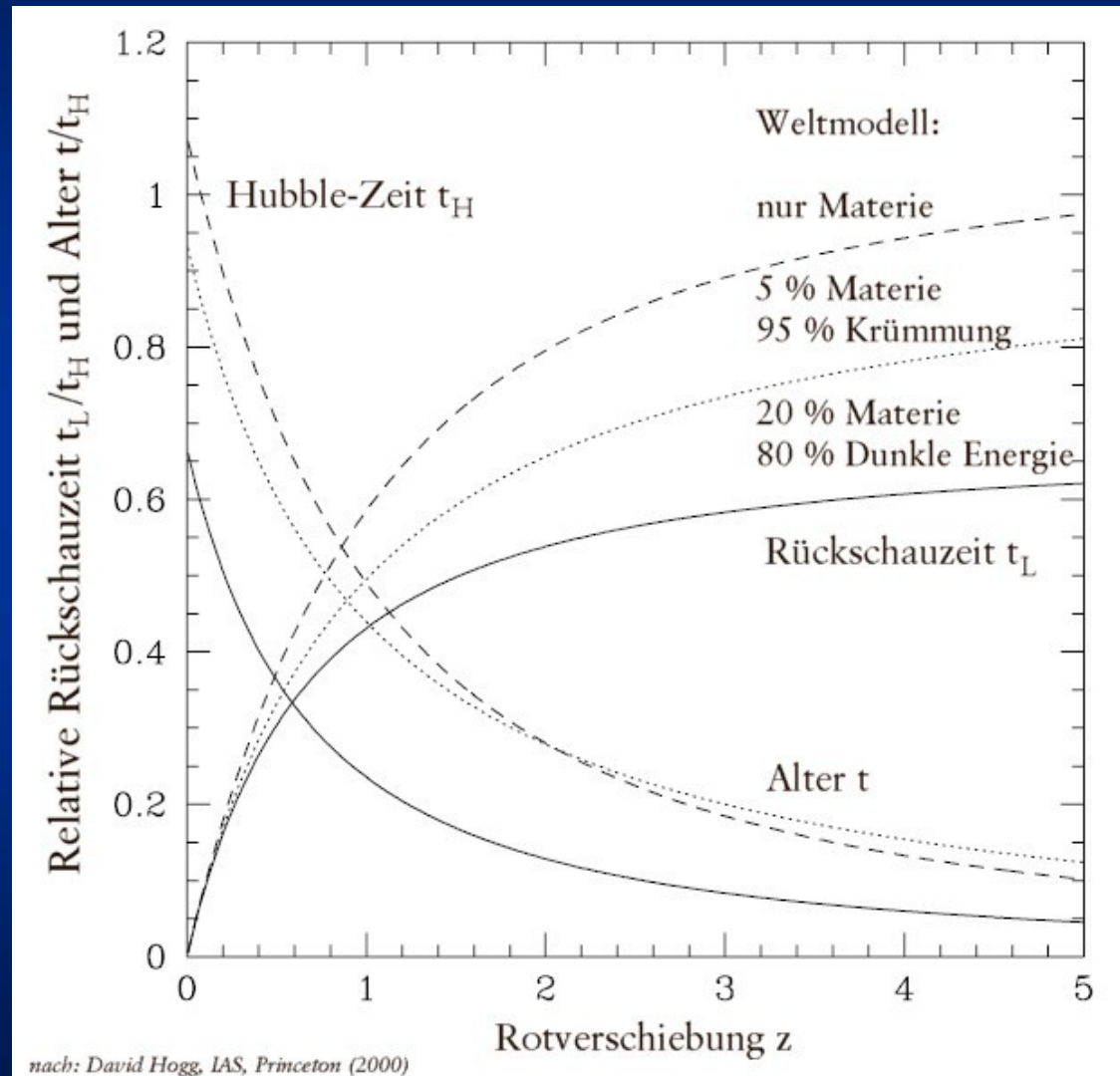
Weltmodelle:

--: $\Omega_M=1, \Omega_\Lambda=0, \Omega_k=0$

∴: $\Omega_M=0.05, \Omega_\Lambda=0, \Omega_k=0.95$

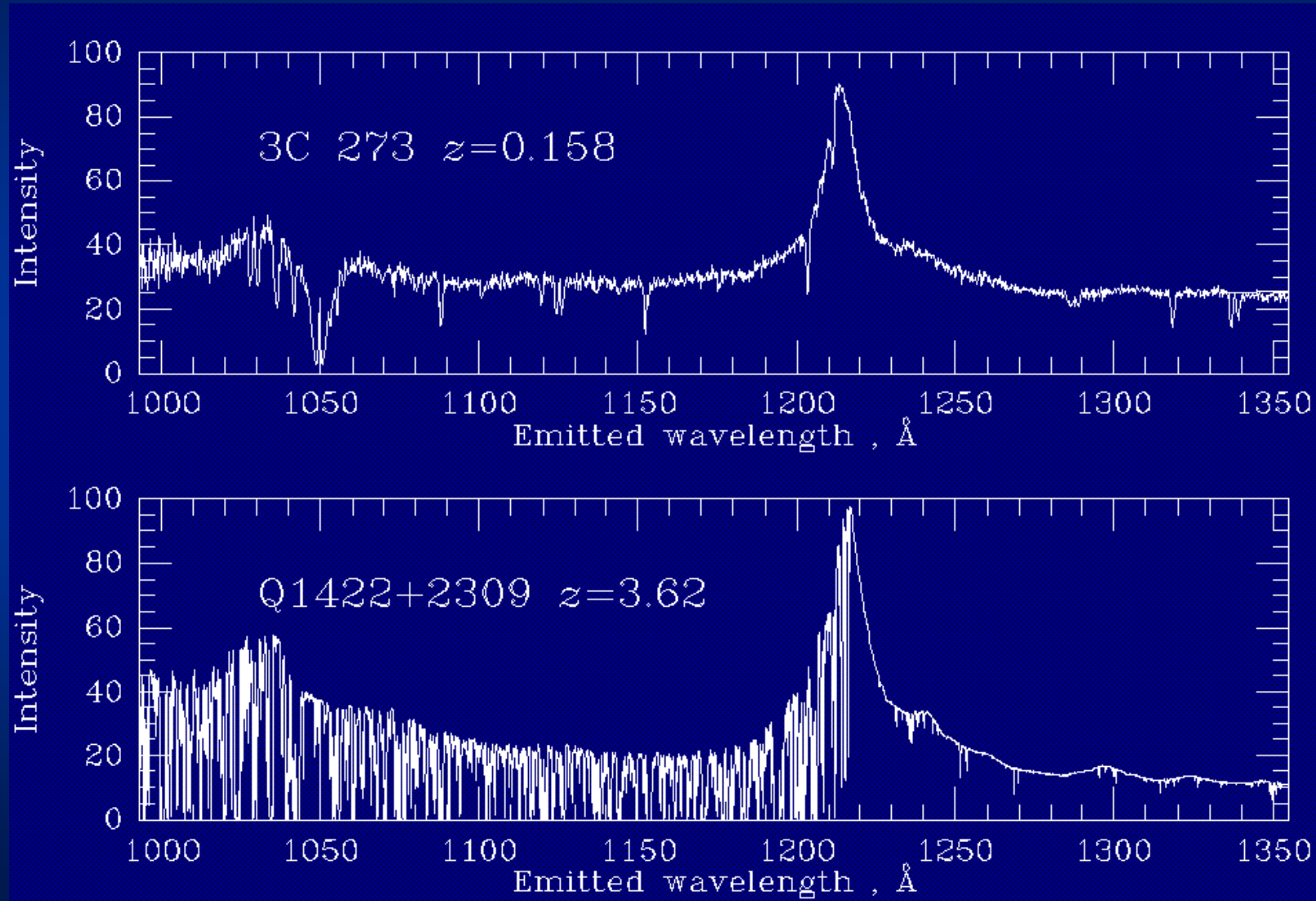
—: $\Omega_M=0.2, \Omega_\Lambda=0.8, \Omega_k \approx 0$

wobei $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$



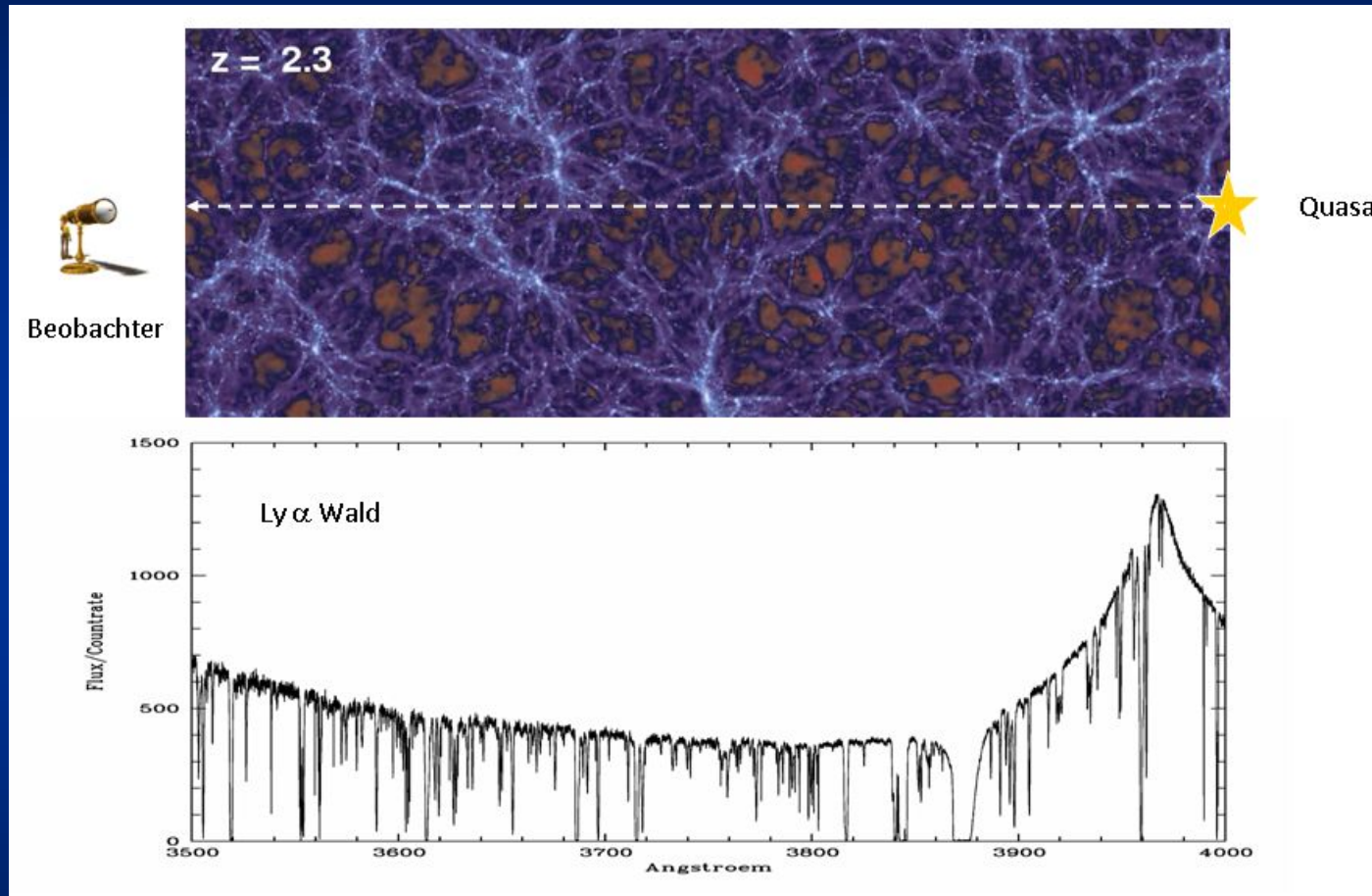
Die Expansion des Kosmos

Der „Lyman- α -Wald“



Die Expansion des Kosmos

Der „Lyman- α -Wald“



Der Lyman- α -Wald entsteht, wenn im Strahlungsspektrum einer Hintergrund-Quelle (Quasar) beim Durchlaufen von davor liegenden Wasserstoff-Wolken bei der Wellenlänge von Ly- α Absorptionslinien mit zunehmend geringerer Rotverschiebungen erzeugt werden. Am langwelligen Ende liegt die breite, stark rotverschobene Ly- α -Emissionslinie des Quasars. (Quelle: Philipp Richter)

Die frühesten Galaxien

Das CANDELS-Projekt

CANDELS = „Cosmic Assembly Near-Infrared Deep Extragalactic Legacy Survey“, das größte Projekt in der Geschichte des Hubble Space Telescope mit 600^h Beobachtungszeit der Instrumente WFC3 und ACS im Verlauf von 902 Umläufen in den Jahren 2010-2013. Einzelne Beobachtungen zwischen 40^m und 3^h Dauer in 5 verschiedenen Gesichtsfeldern bis zur Grenzhelligkeit +27^m.

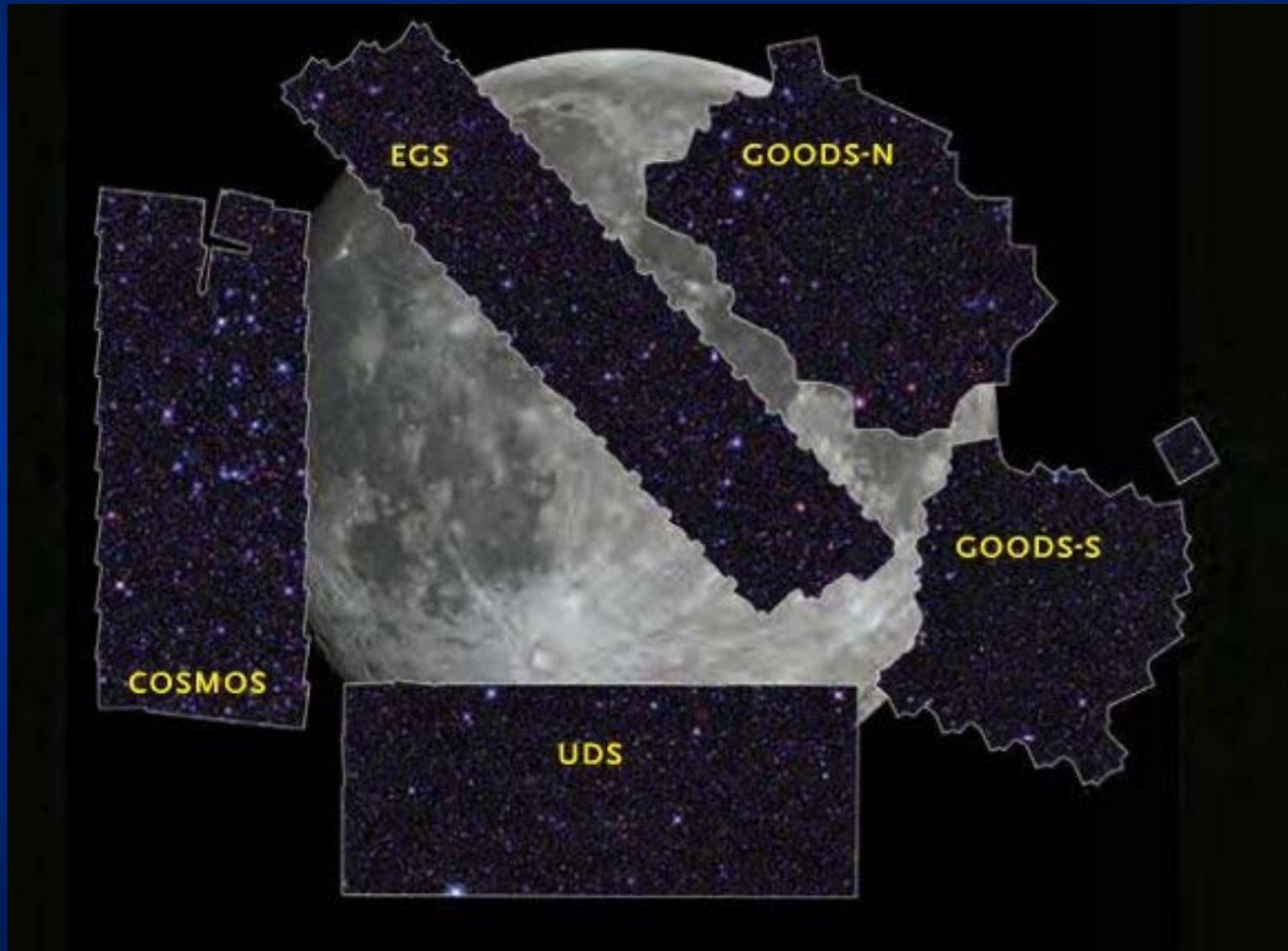
Das Team besteht aus vielen Wissenschaftlern aus den USA, UK und Italien unter Führung von Sandra M. Faber (Univ. of California, Santa Cruz) und Henry C. Ferguson (Space Telescope Science Institute).

Es wurden ~250'000 Galaxien beobachtet, zumeist jenseits von 10 Mrd. Lj Entfernung. Auswertung durch mehr als 150 Wissenschaftler an 45 Instituten in 12 Ländern in den kommenden Jahren.

URL: <http://candels.ucolick.org/About.html>

Die frühesten Galaxien

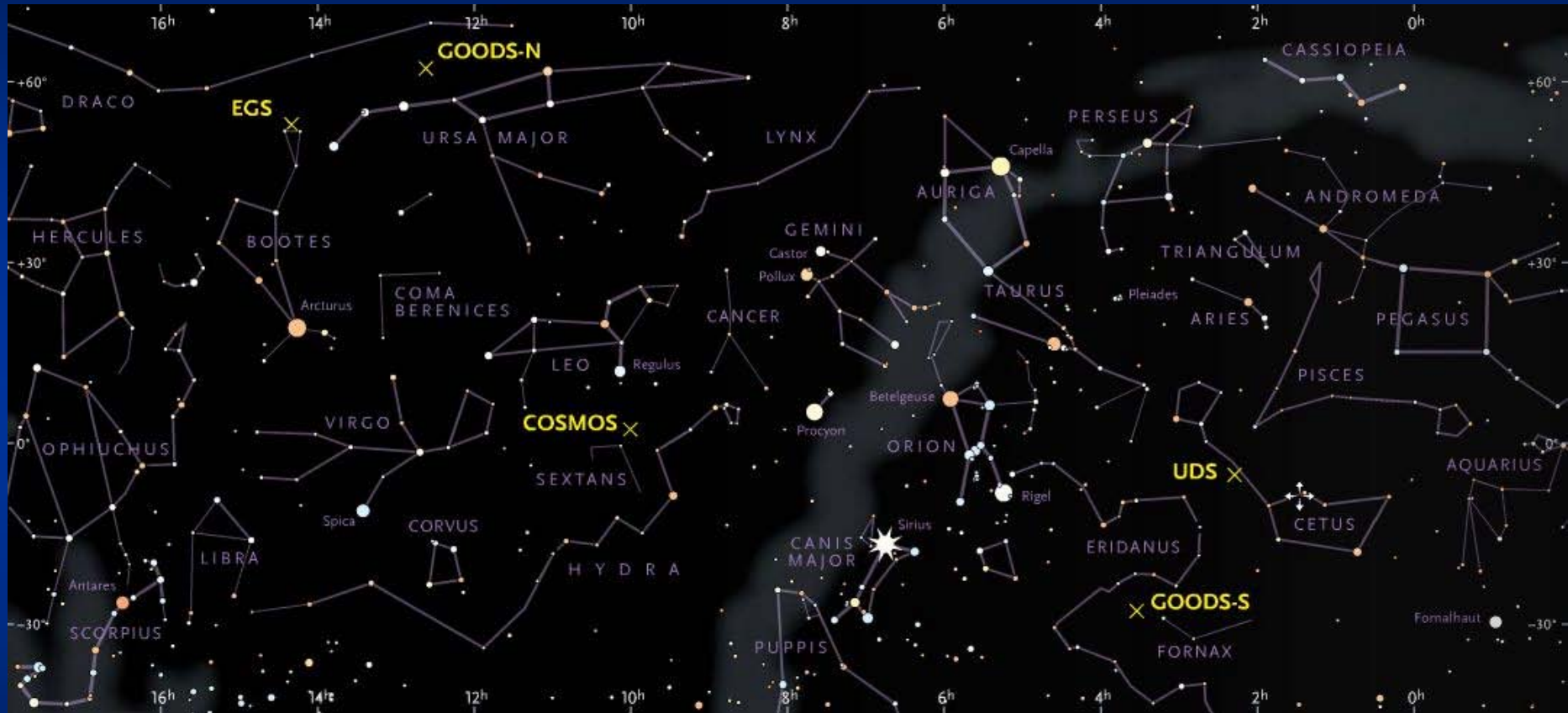
Das CANDELS-Projekt



CANDELS-Gesichtsfelder

Die frühesten Galaxien

Das CANDELS-Projekt



Lage der CANDELS-Gesichtsfelder

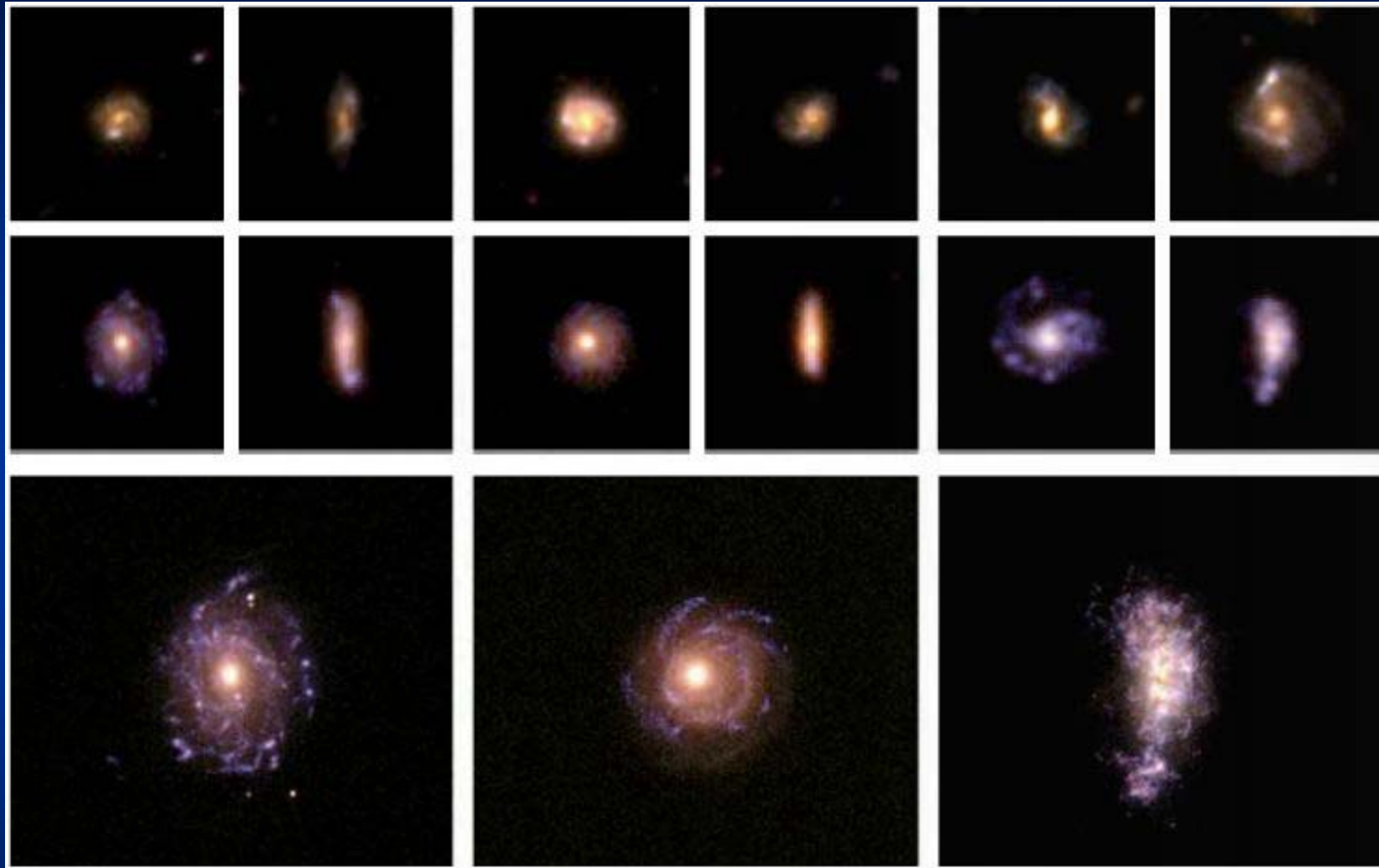
Die frühesten Galaxien

Das CANDELS-Projekt

Erste vorläufige Ergebnisse:

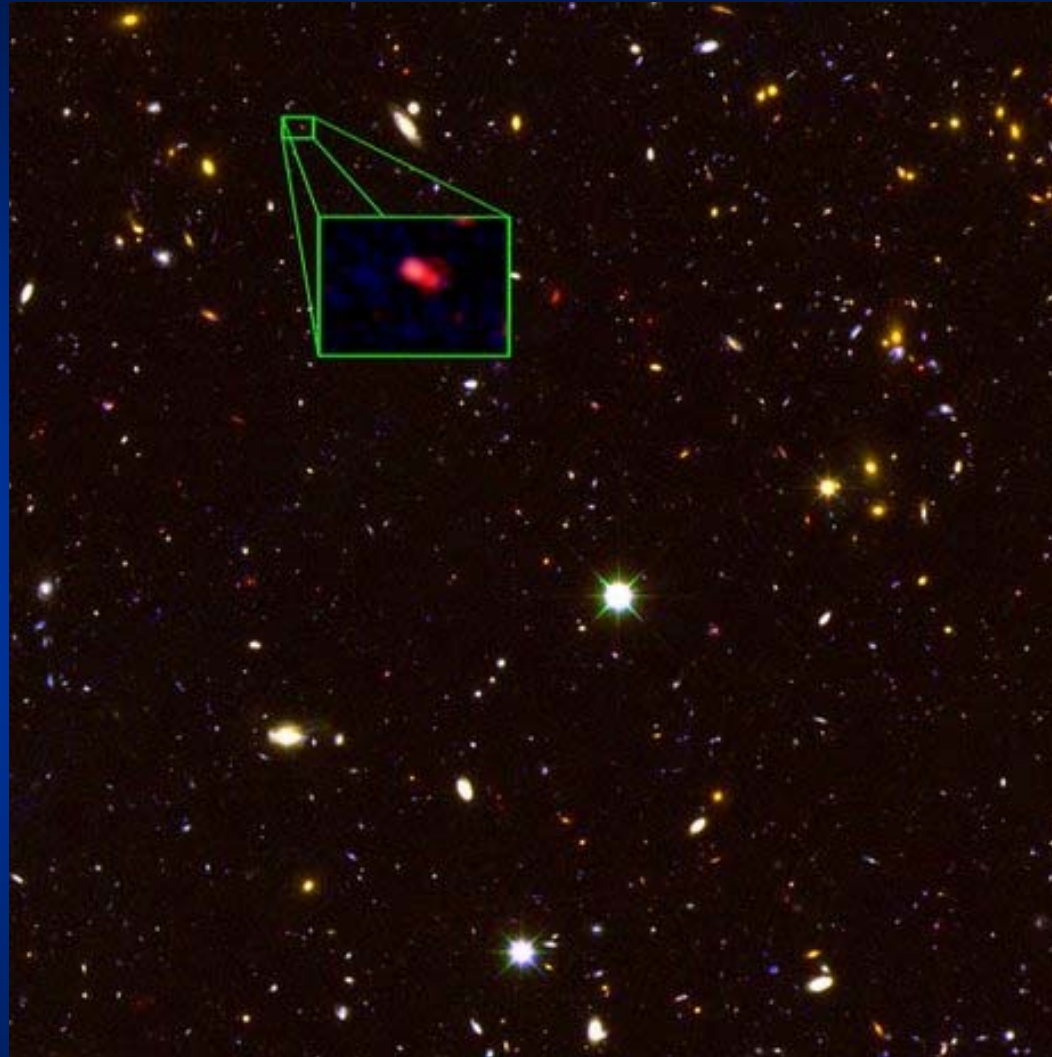
- Kurz nach dem Urknall (2-4 Mrd. a) gibt es bereits anteilmäßig ebenso viele „rote“ Galaxien (elliptische ohne Gas und Sternentstehung) wie heute mit gleicher Struktur, aber bei gleicher Masse nur 1/3 so groß.
- Es existieren klumpige Gasansammlungen bis zu 1 Mrd. M_{\odot} , die dann Richtung Zentralregion (bulge) wandern und dort möglicherweise zur Entstehung von zentralen Schwarzen Löchern und Quasaren beitragen.
- Re-Ionisation des Universums nach der „Dunklen Phase“ (dark ages) nur durch die UV-Strahlung der jungen, massereichen Sterne in den frühen Galaxien.
- SNe Ia im frühen Universum mit Weißen Zwergen aus massereicheren Sternen als später, da sonst die Entwicklungszeit nicht gereicht hätte.

Die frühesten Galaxien



Obere Reihe: 6 beobachtete Galaxien 4-6Mrd. a nach dem Urknall (CANDELS)
Mittlere Reihe: Computersimulation von Scheibengalaxien, jeweils im Aufblick (Face-on) und in Seitenansicht (edge-on), passend zu den Beobachtungen
Untere Reihe: Simulation des Anblicks aus geringerer Entfernung

Die frühesten Galaxien

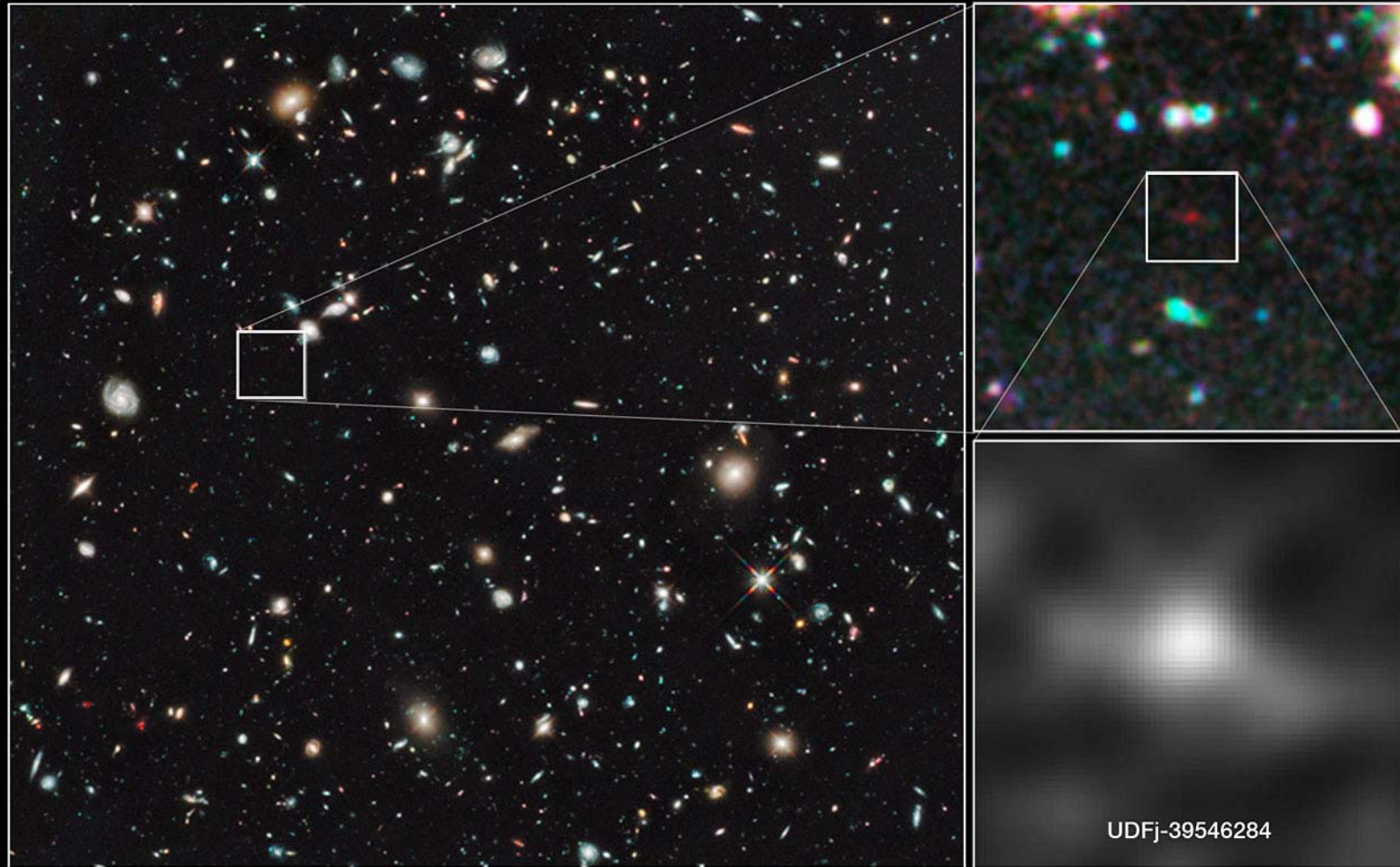


„Aktuelle Astronomie“-Kurs von Dr. Jürgen Wirth © 2014

Hubble Space Telescope / CANDELS: Nachweis der frühesten nachgewiesenen Galaxis z8_GND_5296 bei $z = 7.508$, d.h. in ~ 13.07 Mrd. Lj Entfernung und einer Masse von ~ 1 Mrd. M_{\odot} , durch Fund der Ly- α -Emissionslinie (Finkelstein et al., Nature 502 (2014), in Druck)

Die frühesten Galaxien

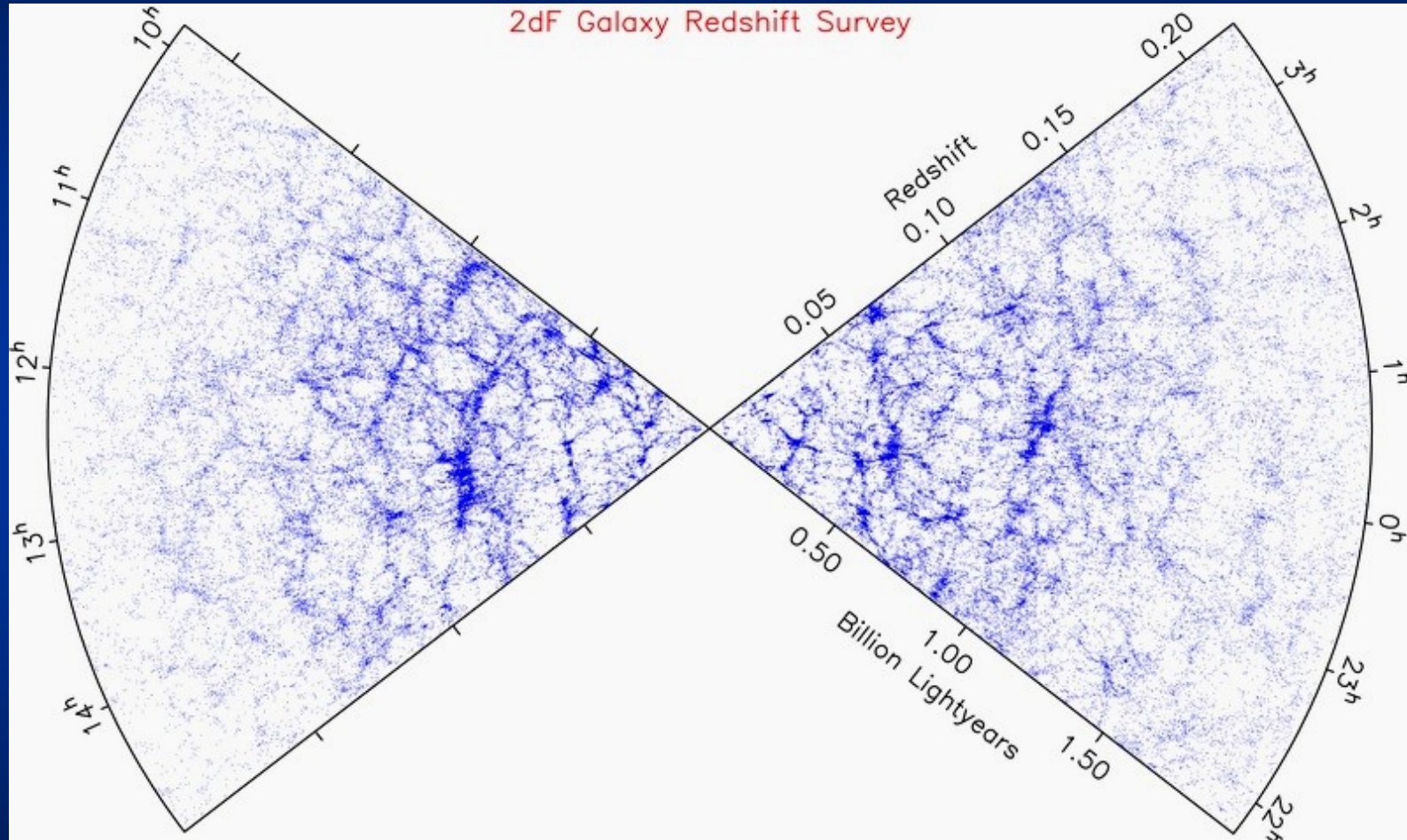
Hubble Ultra Deep Field 2009-2010



Hubble Space Teleskop: Früheste beobachtete Protogalaxis UDFj-39546284
bei $z \approx 11.9$, d.h. in ~ 13.37 Mrd. Lj Entfernung
(Bouwens et al., Nature 469, 504 (2011))

Die Struktur des Kosmos

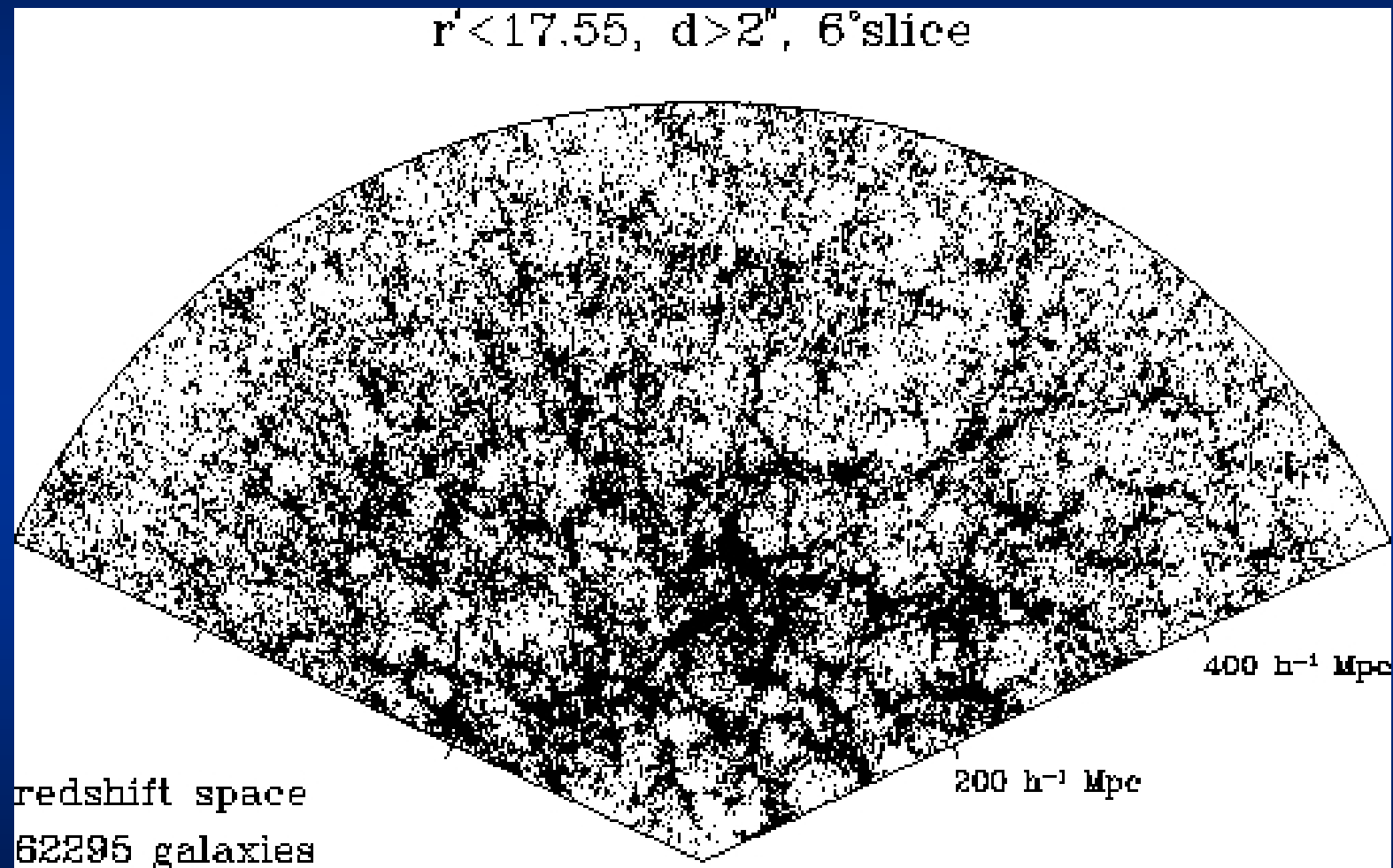
Die Blasenstruktur



Galaxien-Verteilung im 2dF Galaxy Redshift Survey (AAT, 2 Grad dicke „Scheibe“), einer Himmelsdurchmusterung von 1997-2002 mit 232'155 Galaxien und 125 Quasaren

Die Struktur des Kosmos

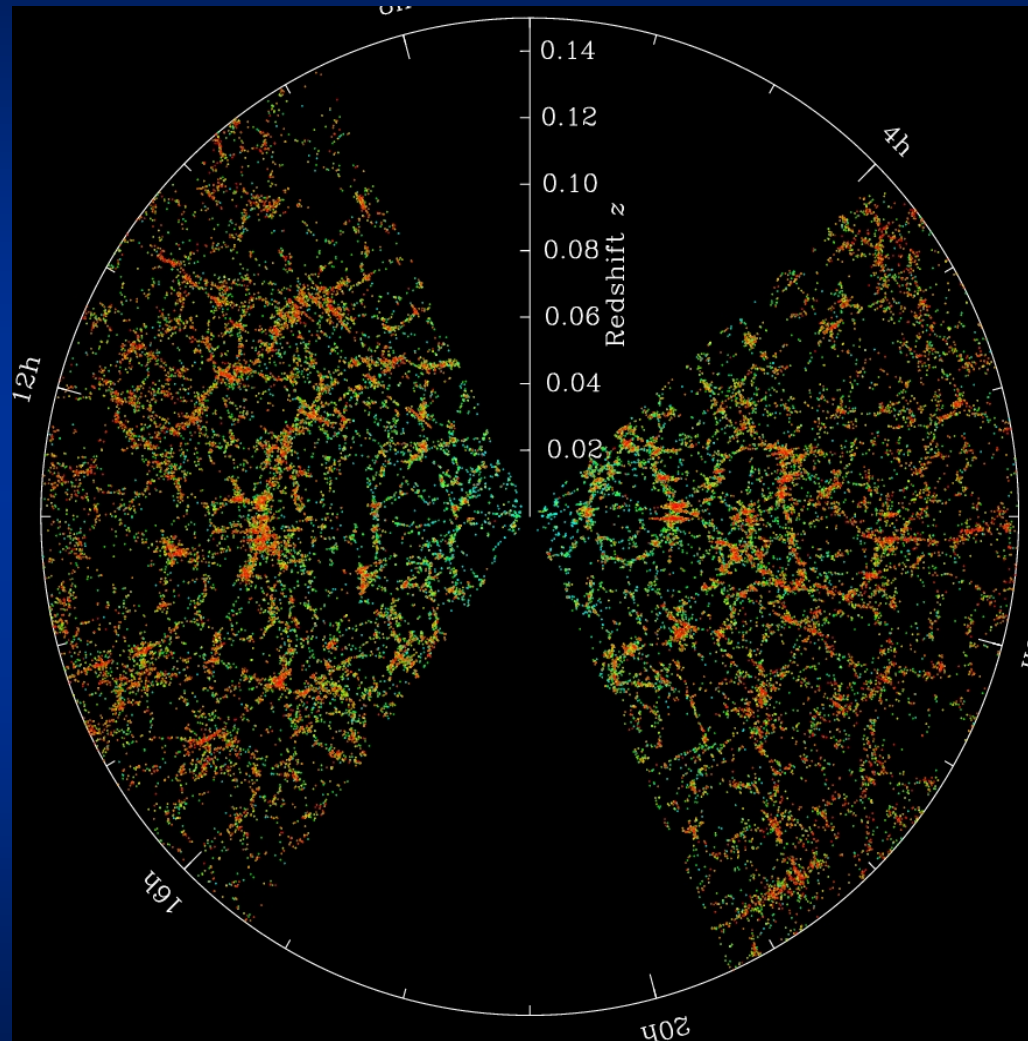
Die Blasenstruktur



Galaxien-Verteilung im Sloan Digital Sky Survey (SDSS),
einer Himmelsdurchmusterung von 2000-2008 mit $>930'000$ Galaxien und $>120'000$ Quasaren

Die Struktur des Kosmos

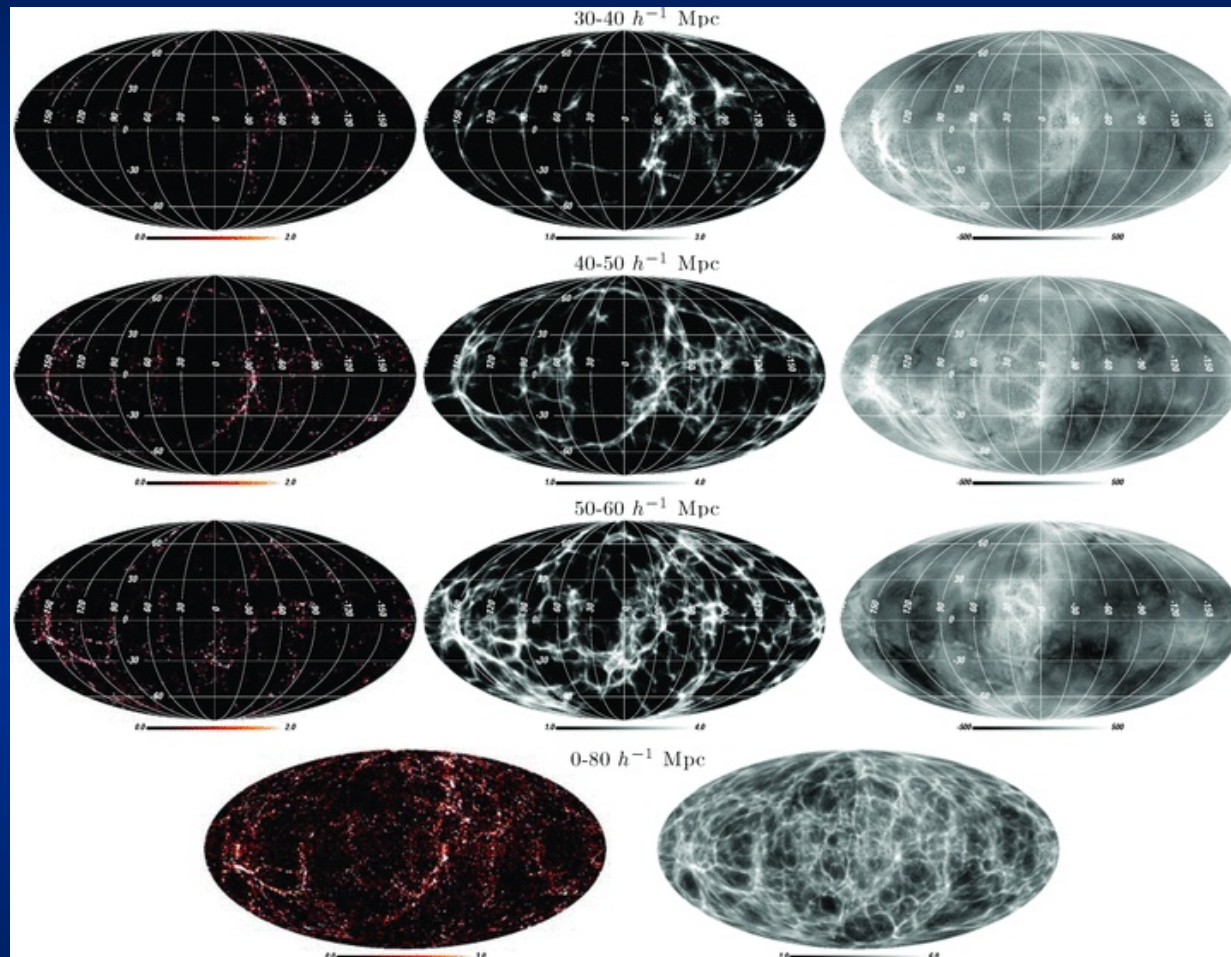
Die Blasenstruktur



**Galaxien-Verteilung im Sloan Digital Sky Survey
in einer Scheibe von 2.5° Dicke bis ~2 Mrd. Lj Entfernung (Farbe entsprechend dem Spektrum)**

Die Struktur des Kosmos

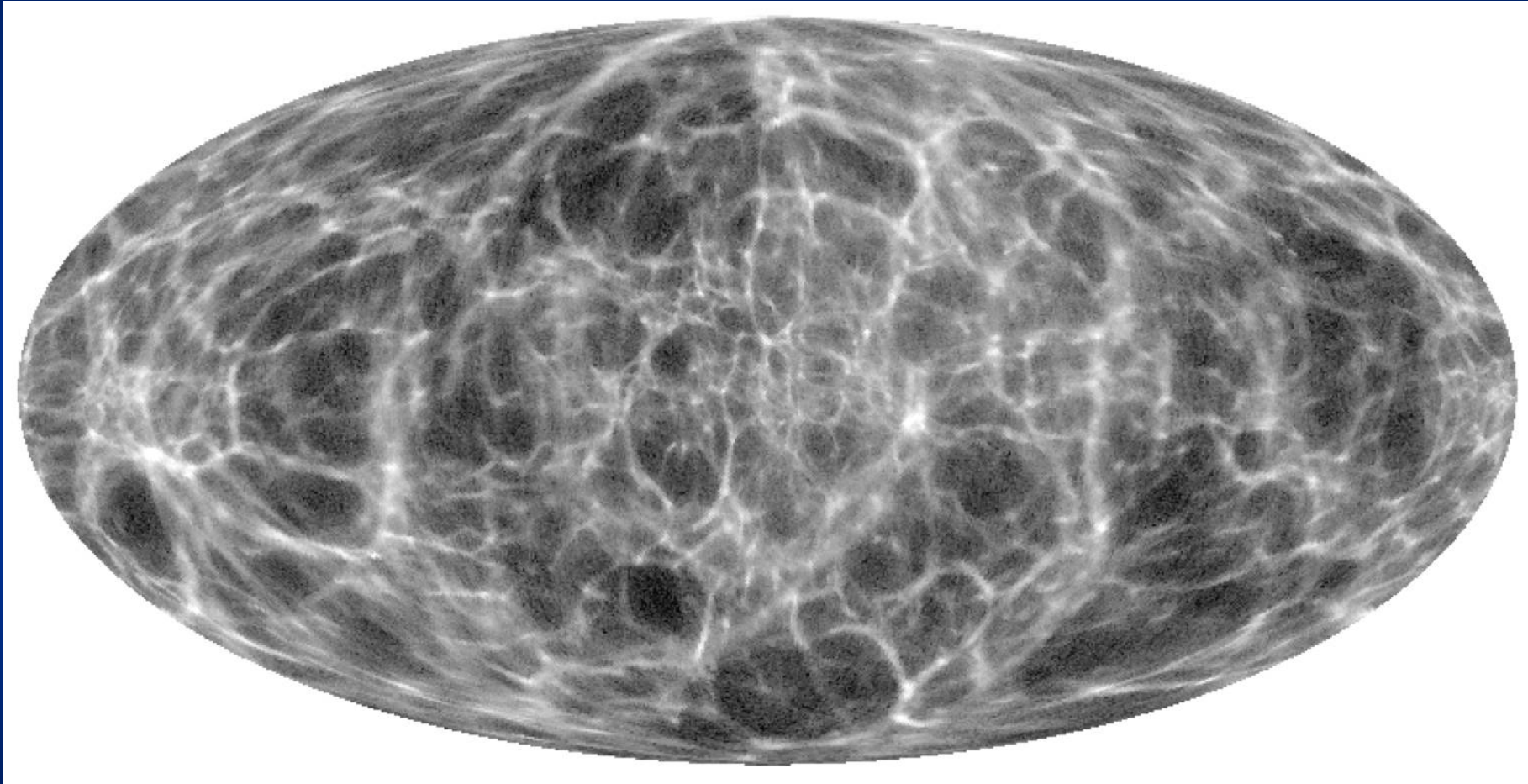
Die Blasenstruktur



Galaxien-Dichte bis 185 Mio. Lj Entfernung, ausgewertet mit einem Rechner-Algorithmus auf Basis künstlicher Intelligenz. Die mittleren Bilder (unten rechts) zeigen das rekonstruierte Dichte-Feld im relativen Entfernungs-Intervall. [$h^{-1} = 100 / H_0$]
(Kitaura (AIP Potsdam) et al., *Monthly Not. Royal Astr. Soc.* 427, L35 (2012))

Die Struktur des Kosmos

Die Blasenstruktur

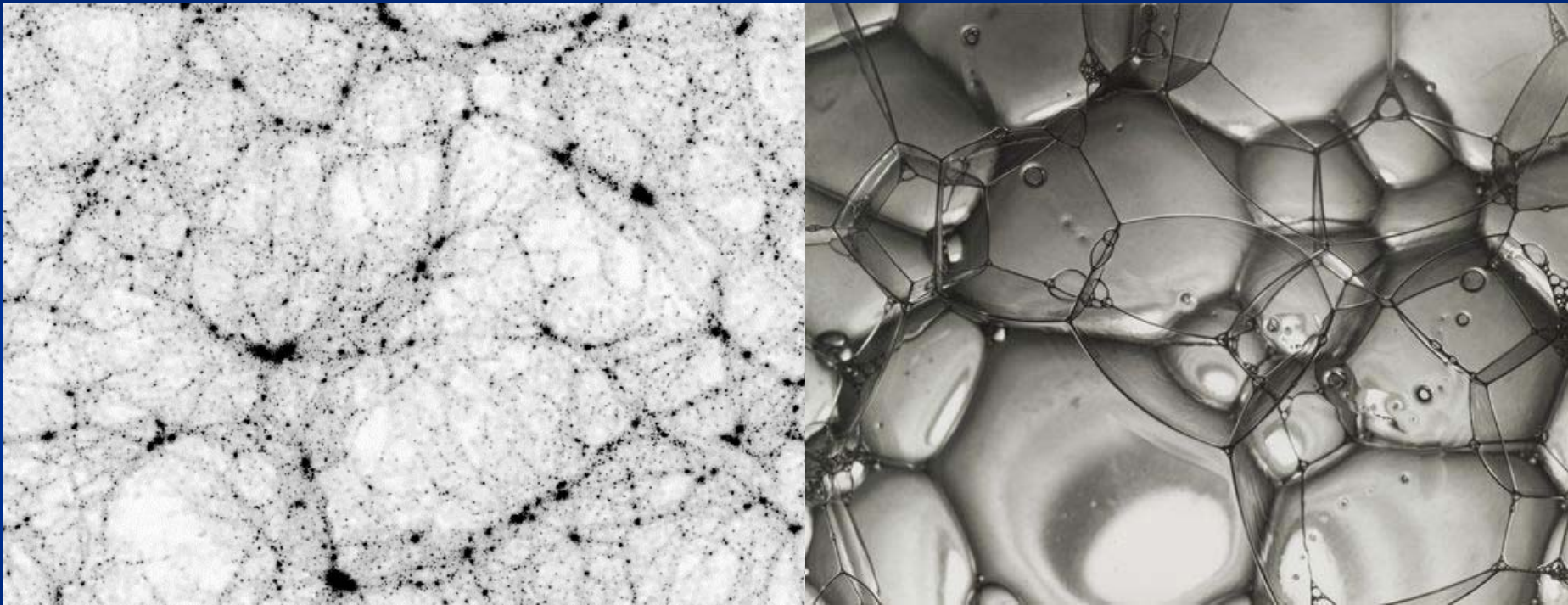


„Aktuelle Astronomie“-Kurs von Dr. Jürgen Wirth © 2014

**Die rekonstruierte Galaxien-Dichte bis 185 Mio. Lj Entfernung,
ausgewertet mit einem Rechner-Algorithmus auf Basis künstlicher Intelligenz.**
(Kitaura (AIP Potsdam) et al., *Monthly Not. Royal Astr. Soc.* 427, L35 (2012))

Die Struktur des Kosmos

Die Blasenstruktur



„Aktuelle Astronomie“-Kurs von Dr. Jürgen Wirth © 2014

Veranschaulichung der Blasenstruktur:
Links: Galaxien-Dichte aus der Millenium-Simulation (Virgo-Konsortium)
Rechts: Seifenblasen in einem Seifenschaum

Mikrowellenhintergrundstrahlung

Ergebnis des Cosmic Background Imagers (CBI)

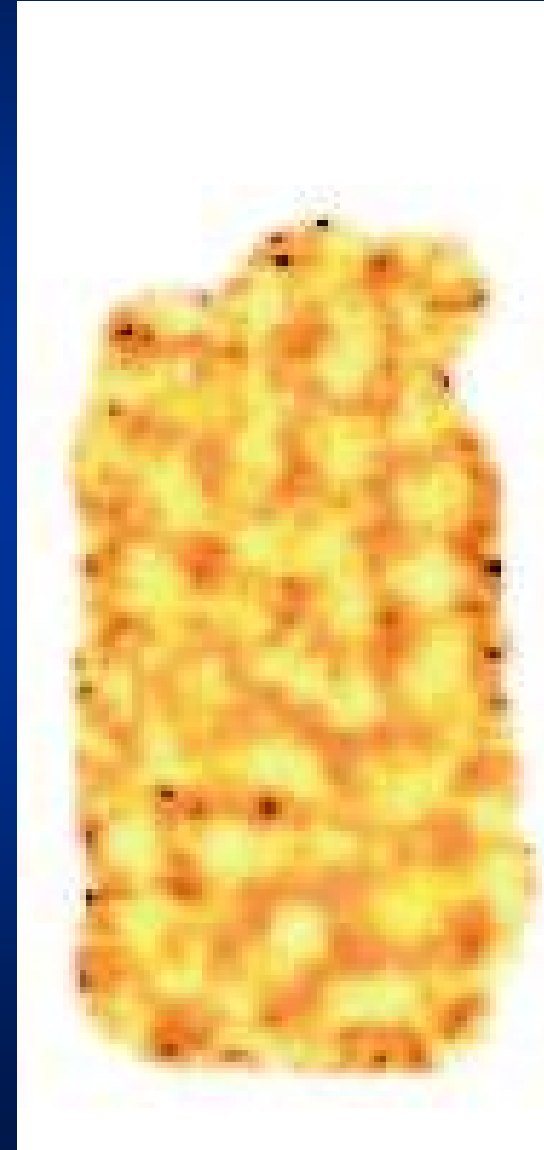
Fluktuationen der CMBR, die

- Verdichtungen von ca. $10'$ Größe zeigen (damals 40 kpc, heute auf 40 Mpc angewachsen) und
- Verdünnungen / Voids von ca. $20'$ Größe (damals 80 kpc, heute auf 80 Mpc angewachsen).

⇒ Keimzellen der heutigen „Blasenstruktur“!

(Winkelauflösung: $\approx 5'$)

(Readhead et al., ApJ 609, 498 (2004))



Die Entdeckung der „Dunklen Materie“

1933 Fritz Zwicky (1898-1974) arbeitet an Galaxienhaufen
1937 Veröffentlichung im Astrophysical Journal



THE ASTROPHYSICAL JOURNAL
AN INTERNATIONAL REVIEW OF SPECTROSCOPY AND
ASTRONOMICAL PHYSICS

VOLUME 86

OCTOBER 1937

NUMBER 3

ON THE MASSES OF NEBULAE AND OF
CLUSTERS OF NEBULAE

F. ZWICKY

ABSTRACT

Present estimates of the masses of nebulae are based on observations of the *luminosities* and *internal rotations* of nebulae. It is shown that both these methods are unreliable; that from the observed luminosities of extragalactic systems only lower limits for the values of their masses can be obtained (sec. i), and that from internal rotations alone no determination of the masses of nebulae is possible (sec. ii). The observed internal motions of nebulae can be understood on the basis of a simple mechanical model, some properties of which are discussed. The essential feature is a central core whose internal *viscosity* due to the gravitational interactions of its component masses is so high as to cause it to rotate like a solid body.

In sections iii, iv, and v three new methods for the determination of nebular masses are discussed, each of which makes use of a different fundamental principle of physics.

Method iii is based on the *virial theorem* of classical mechanics. The application of this theorem to the Coma cluster leads to a minimum value $\bar{M} = 4.5 \times 10^{16} M_{\odot}$ for the average mass of its member nebulae.

Method iv calls for the observation among nebulae of certain *gravitational lens* effects.

Section v gives a generalization of the principles of ordinary *statistical mechanics* to the whole system of nebulae, which suggests a new and powerful method which ultimately should enable us to determine the masses of all types of nebulae. This method is very flexible and is capable of many modes of application. It is proposed, in particular, to investigate the distribution of nebulae in individual great clusters.

As a first step toward the realization of the proposed program, the Coma cluster of nebulae was photographed with the new 18-inch Schmidt telescope on Mount Palomar. Counts of nebulae brighter than about $m = 16.7$ given in section vi lead to the gratifying result that the distribution of nebulae in the Coma cluster is very similar to the distribution of luminosity in globular nebulae, which, according to Hubble's investigations, coincides closely with the theoretically determined distribution of matter in isothermal gravitational gas spheres. The high central condensation of the Coma cluster, the very gradual decrease of the number of nebulae per unit volume at great distances from its center, and the hitherto unexpected enormous extension of this cluster become here apparent for the first time. These results also suggest that the current classification of nebulae into relatively few *cluster nebulae* and a majority of

Die Entdeckung der „Dunklen Materie“

1933 Fritz Zwicky (1898-1974) arbeitet an Galaxienhaufen
1937 Veröffentlichung im
Astrophysical Journal

Aus dieser Arbeit ergibt sich ein Defizit an Masse, wenn man sie aus der Leuchtkraft ableitet, gegenüber der aus dem Virialsatz abgeleiteten. Faktor etwa 150.

Der Virialsatz beschreibt die Beziehung zwischen der mittleren kinetischen (Bewegungs-) Energie T_m und der von der Masse (Schwerkraft) abhängigen mittleren potentiellen Energie U_m eines abgeschlossenen physikalischen Systems:

$$T_m = k \cdot U_m / 2$$

[k: Boltzmann-Konstante]

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

Durchgeführt vom Virgo-Konsortium:

Volker Springel, Simon D. M. White, Adrian Jenkins, Carlos S. Frenk, Naoki Yoshida, Liang Gao, Julio Navarro, Robert Thacker, Darren Croton, John Helly, John A. Peacock, Shaun Cole, Peter Thomas, Hugh Couchman, August Evrard, Joerg Colberg & Frazer Pearce (D, UK, CDN, USA)

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

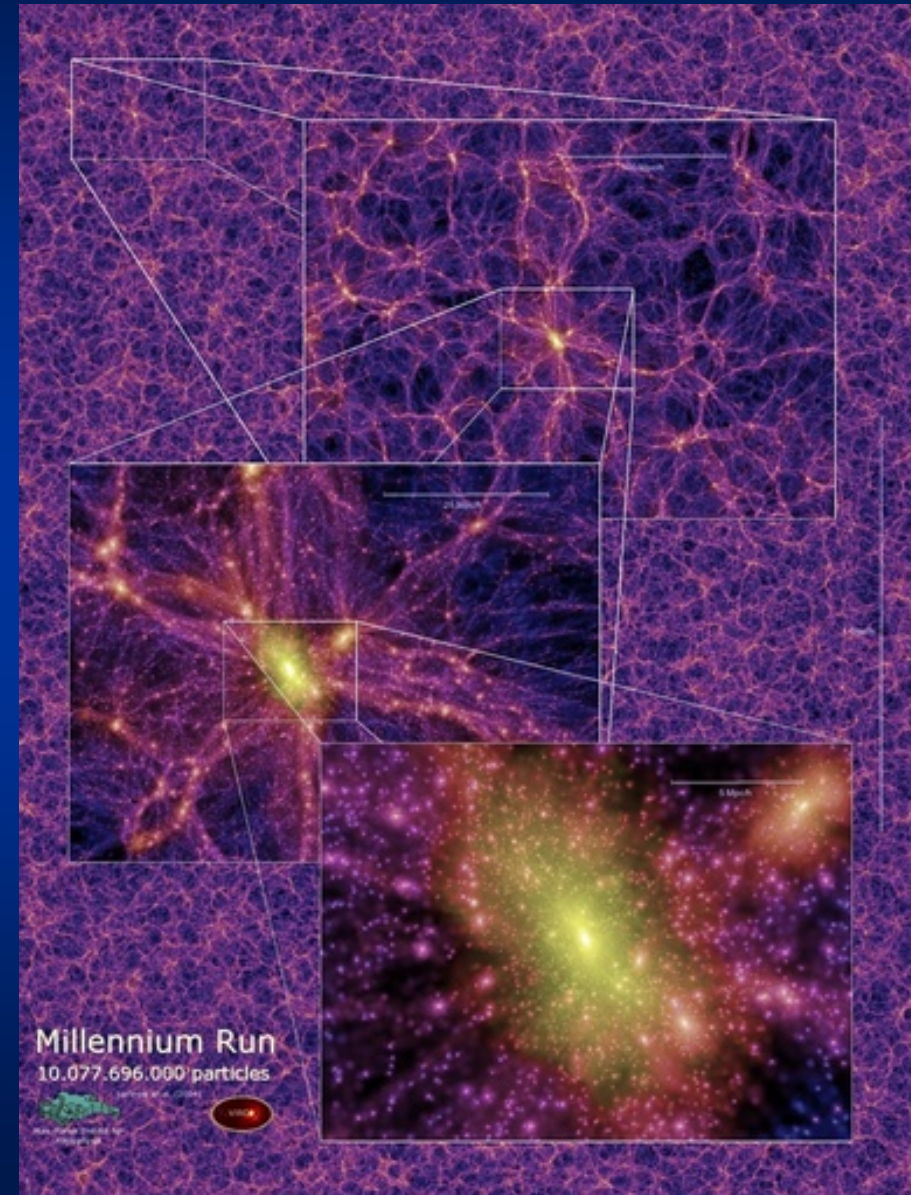


Veröffentlichung:
Nature 435, 629 (2005)

Die großräumige Struktur

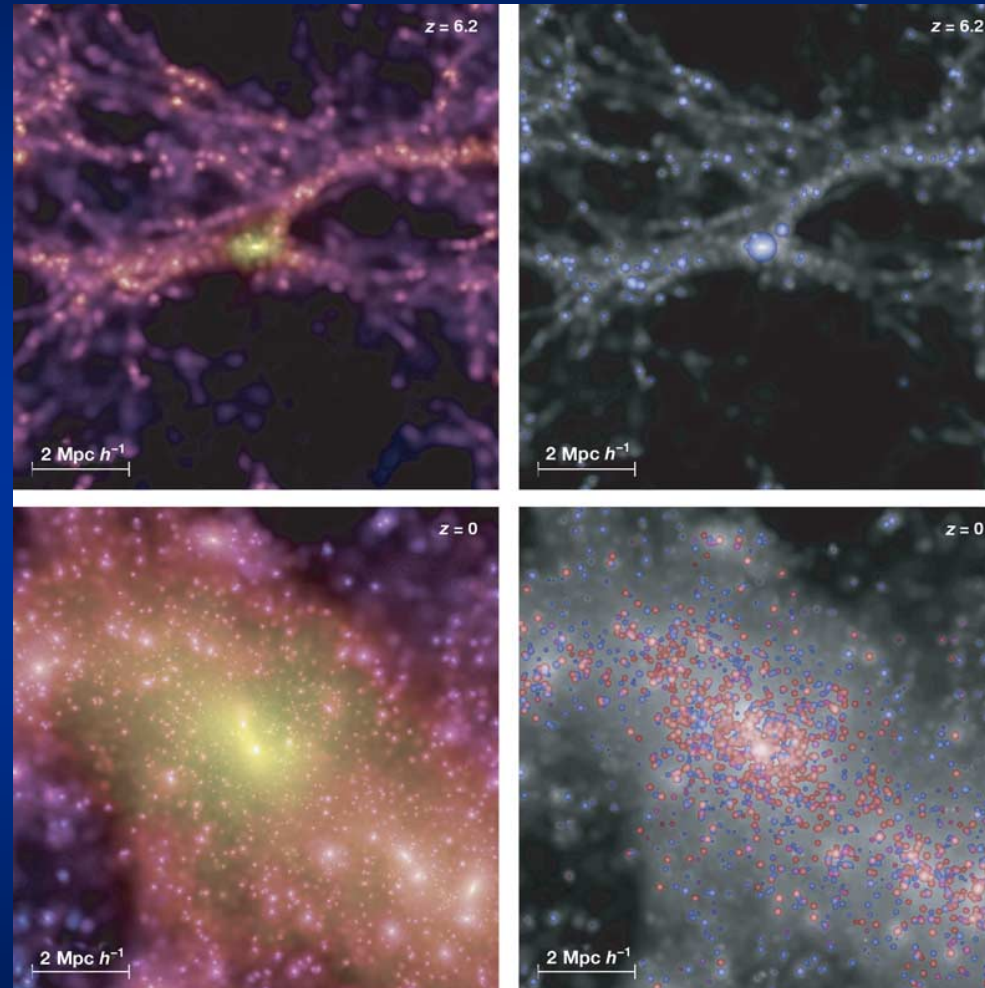
Die Millenium-Simulation

Eine 3-D Rechner-Simulation am MPI für Astrophysik, Garching, mit >10 Mrd. Massenpunkten der Dunklen und baryonischen Materie in 11'000 Zeitschritten für Zeit seit dem Urknall bis heute. Die Simulation brauchte 28 komplette Rechnertage eines Supercomputers.



Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

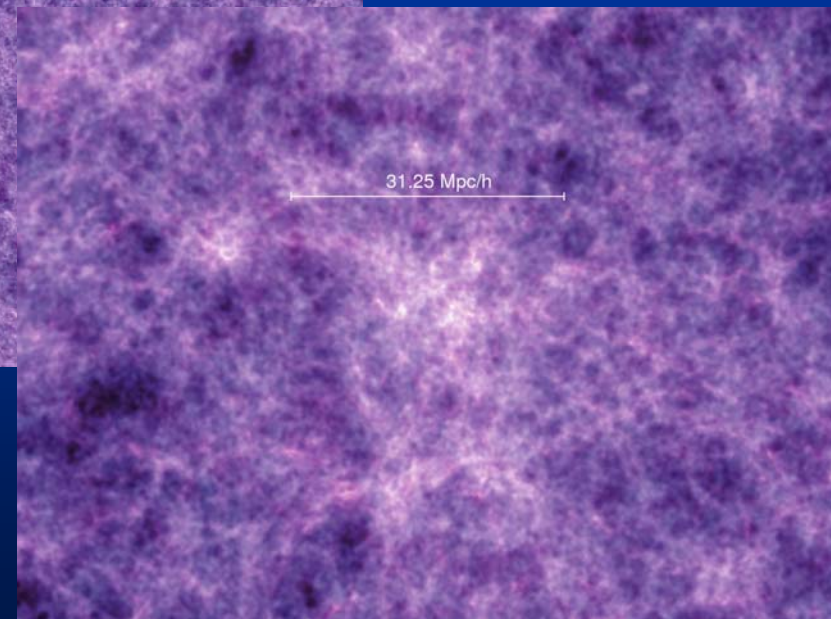
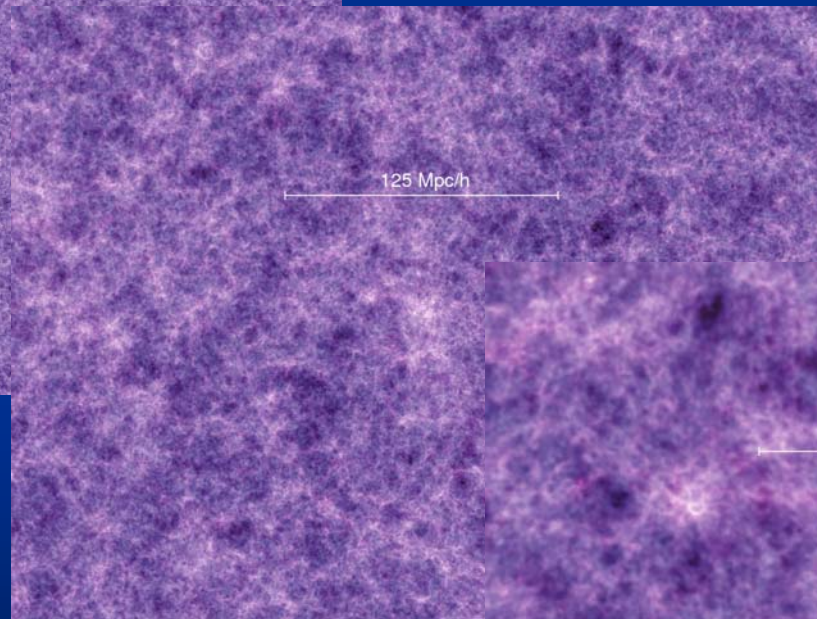
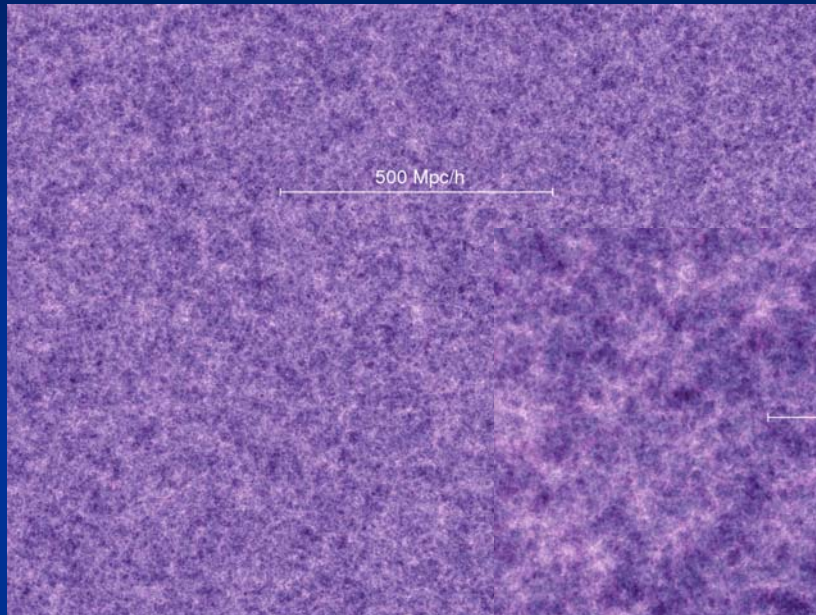


**Links: Verteilung der Dunklen Materie,
rechts: zusätzlich die blauen und roten Galaxien mit baryonischer (leuchtender) Materie.
Oben: bei $z = 6.2$ (1 Mrd. a nach dem Urknall), unten: heute.**

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

**Zeitschnitte
in drei Verößerungsstufen**

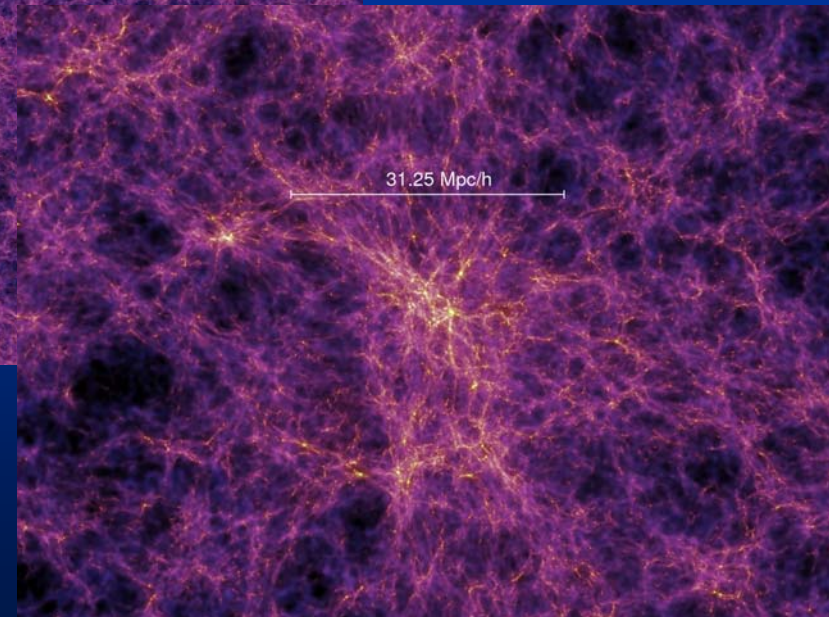
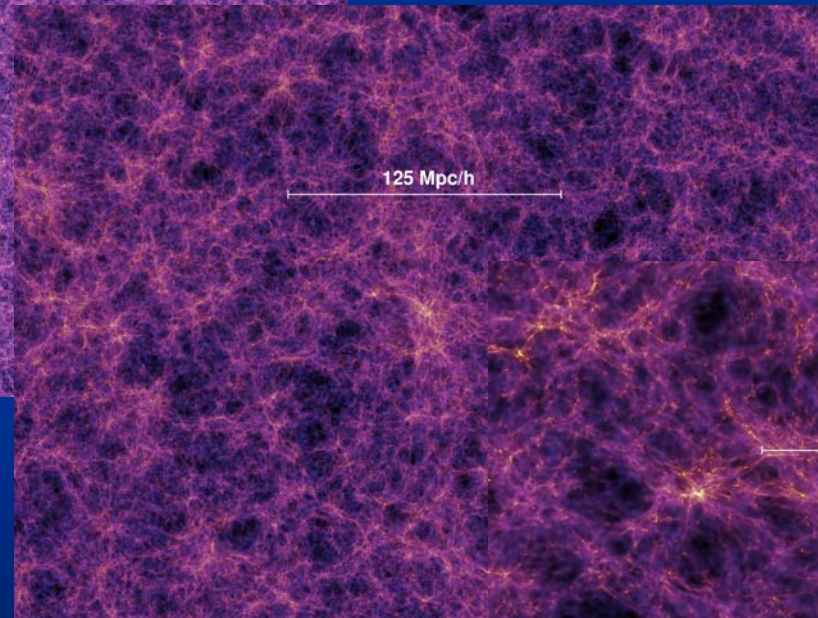
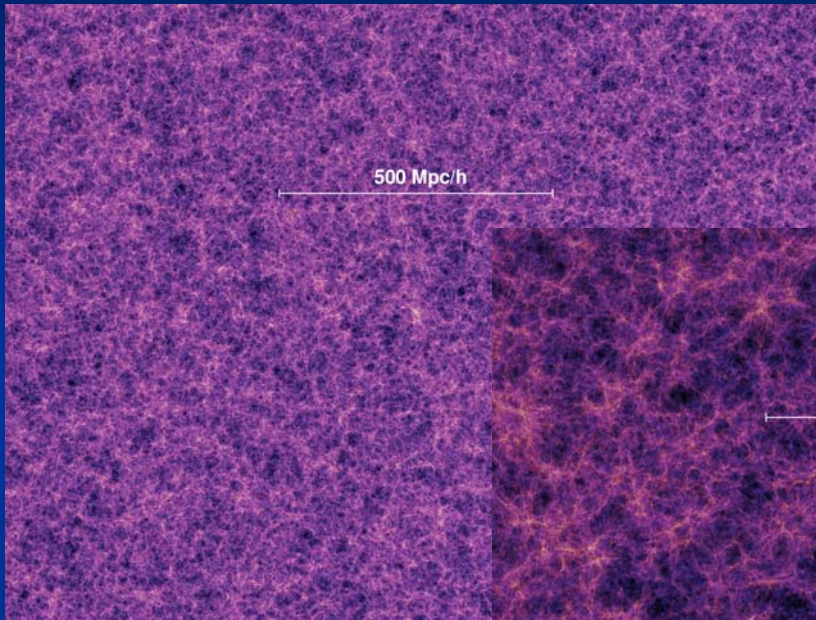


$z = 18.3$ - 210 Mio. a nach Urknall

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

Zeitschnitte
in drei Vergrößerungsstufen

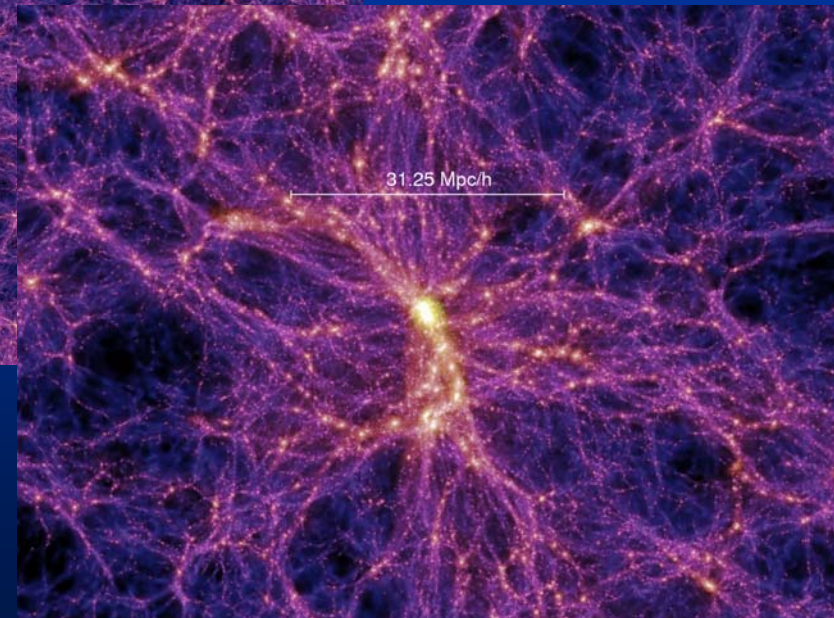
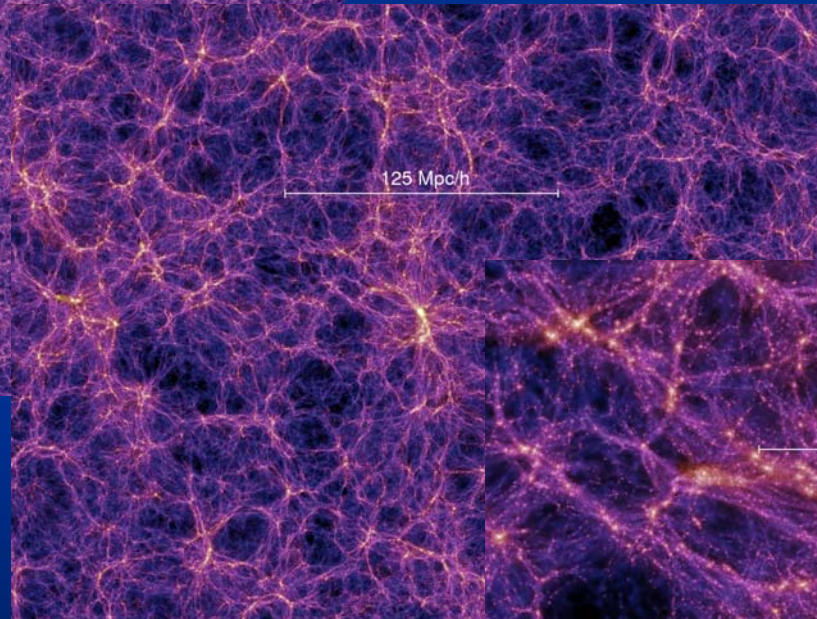
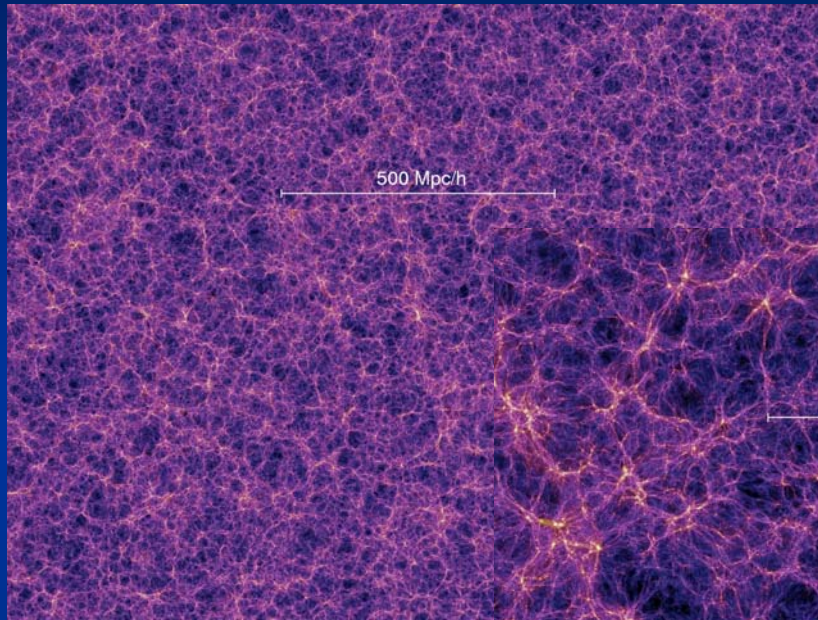


$z = 5.7$ - 1 Mrd. a nach Urknall

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

Zeitschnitte
in drei Vergrößerungsstufen

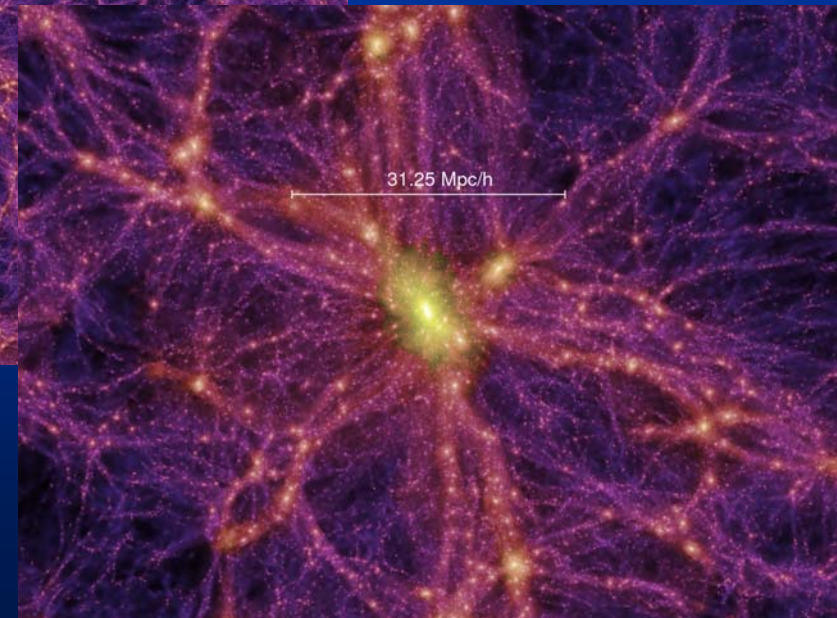
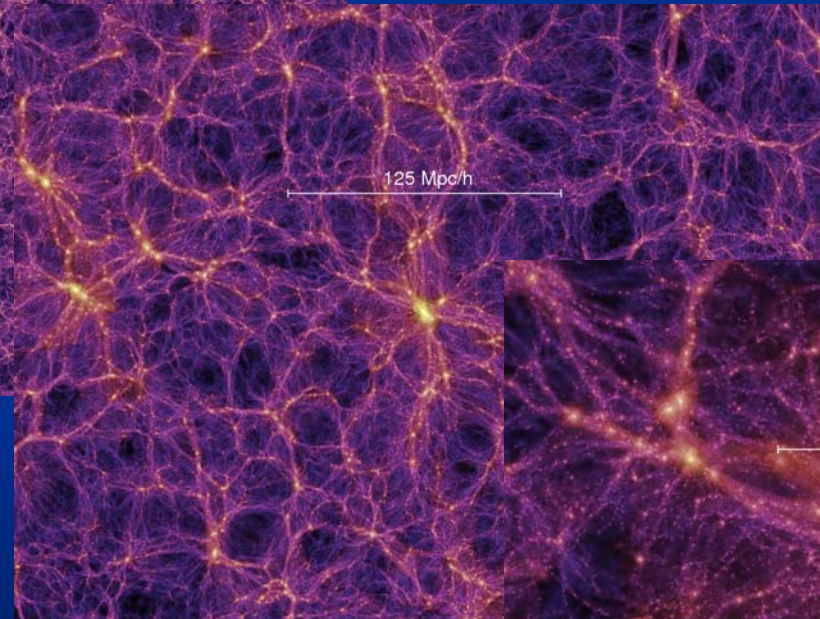
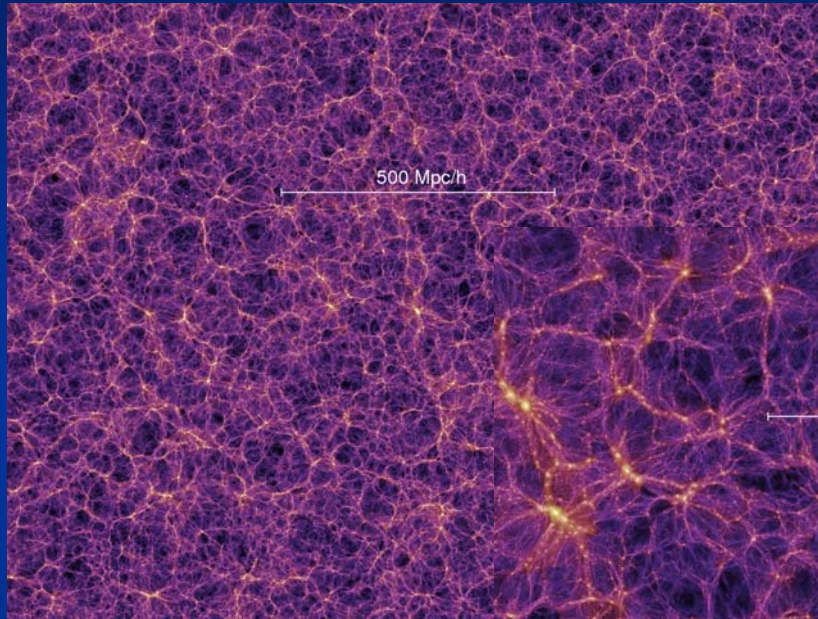


$z = 1.4 - 4.7$ Mrd. a nach Urknall

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

Zeitschnitte
in drei Vergrößerungsstufen



$z = 0$ - 13.7 Mrd. a nach Urknall (heute)

Die großräumige Struktur

Die Millenium-Simulation

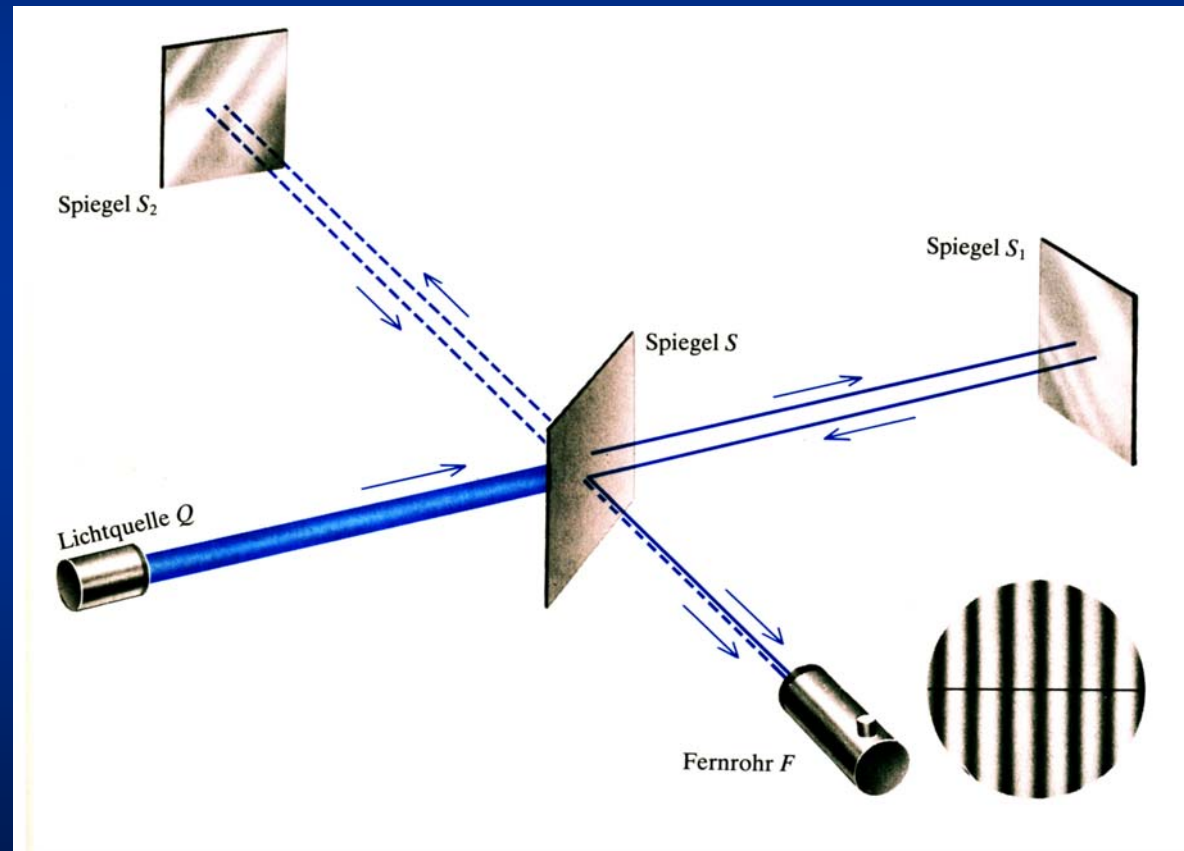
Weitere Informationen:

<http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/presse/>
**Dort sind auch Links zu verschiedenen Animationen
der Millenium-Simulation zu finden.**

Spezielle Relativitätstheorie

Geschichte

1881/1886 Michelson-Morley-Experiment



Folgerung: Es gibt keinen „Äther“!

Spezielle Relativitätstheorie

Geschichte

1881/1886 Michelson-Morley
1904

Hendrik Antoon Lorentz
(1853-1928) beschreibt
Symmetrie bewegter und
ruhender Systems, allerdings
unter Existenz eines Äthers.

Konigl. Nederl. Acad. Wiss. Proceedings 6, 809 (1904)

(809)

and a small fraction of the least volatile is present in the distillate. That the two quantities will then differ little in weight and therefore the deviation from the law is comparatively small, is not strange in my opinion.

I think to have shown in this way, that Young's rule is a proof of the excellent way in which Young's still heads work, but that from a point of view of quantitative analysis we must only take this rule as an application of the most obvious operation, viz that of separating a substance in pure state from a mixture and then weighing it separately.

Physical Lab. of the University.

Amsterdam.

Physics. — “*Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light.*” By Prof. H. A. LORENTZ.

§ 1. The problem of determining the influence exerted on electric and optical phenomena by a translation, such as all systems have in virtue of the Earth's annual motion, admits of a comparatively simple solution, so long as only those terms need be taken into account, which are proportional to the first power of the ratio between the velocity of translation w and the velocity of light c . Cases in which quantities of the second order, i.e. of the order $\frac{w^2}{c^2}$, may be perceptible, present more difficulties. The first example of this kind is MICHELSON'S well known interference-experiment, the negative result of which has led FITZ GERALD and myself to the conclusion that the dimensions of solid bodies are slightly altered by their motion through the aether.

Some new experiments in which a second order effect was sought for have recently been published. RAYLEIGH ¹⁾ and BRACE ²⁾ have examined the question whether the Earth's motion may cause a body to become doubly refracting; at first sight this might be expected, if the just mentioned change of dimensions is admitted. Both physicists have however come to a negative result.

In the second place TROUTON and NOBLE ³⁾ have endeavoured to detect a turning couple acting on a charged condenser, whose plates make a certain angle with the direction of translation. The theory

¹⁾ RAYLEIGH, Phil. Mag. (6) 4 (1902), p. 678.

²⁾ BRACE, Phil. Mag. (6) 7 (1904), p. 317.

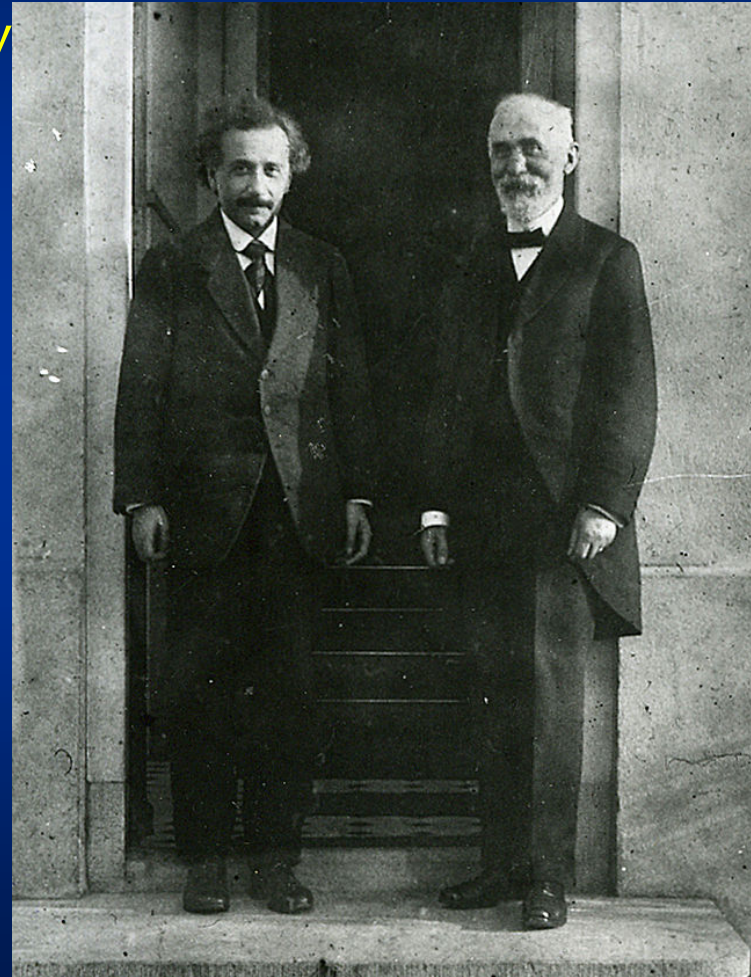
³⁾ TROUTON and NOBLE, London Roy. Soc. Trans. A 202 (1903), p. 165.

Spezielle Relativitätstheorie

Geschichte

**1881/1886 Michelson-Morley
1904**

**Hendrik Antoon Lorentz
(1853-1928) beschreibt
Symmetrie bewegter und
ruhender Systems, allerdings
unter Existenz eines Äthers.**



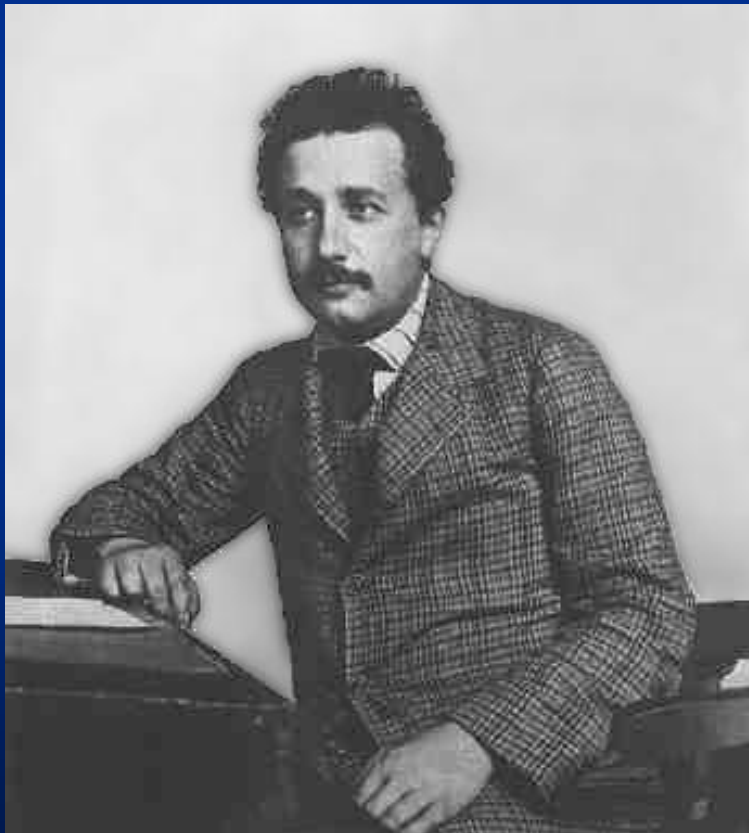
„Aktuelle Astronomie“-Kurs von Dr. Jürgen Wirth © 2014

Einstein und Lorentz 1921 in Leiden (Paul Ehrenfest)

Spezielle Relativitätstheorie

Geschichte

1905 Albert Einstein veröffentlicht die Spezielle Relativitätstheorie



Annalen der Physik Bd. 17, S. 891 (1905)

891

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhafteu scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**
“Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“
 1. Zwei physikalische Systeme sind Inertialsysteme, wenn sie sich relativ zueinander geradlinig und gleichförmig bewegen.
 2. Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt.
 3. Es gibt keine absoluten Bewegungen.

Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**
“Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“
- **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**
„Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in jedem Inertialssystem stets den Wert $c = 299'792'458$ m/s.“
- *Auch beim Übergang von Licht von einem System in ein relativ dazu bewegtes anderes System behält das Licht dieselbe Geschwindigkeit. Es erleidet jedoch eine von der Relativgeschwindigkeit abhängige Wellenlängenänderung (Blau- oder Rotverschiebung).*

Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**

“Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“

- **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**

„Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in jedem Inertialssystem stets den Wert $c = 299'792'458$ m/s.“

- **Beispiel: Pionenzerfall**

In Experimenten an Teilchenbeschleunigern treten Pionen π^0 mit Geschwindigkeiten von z.B. $v = 0.99975 c$ auf. Diese zerfallen wiederum in Photonen, die sowohl im Ruhesystem der zerfallenden Pionen wie auch im Laborsystem jeweils Lichtgeschwindigkeit haben.

Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**
“Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“
- **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**
„Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in jedem Inertialssystem stets den Wert $c = 299'792'458$ m/s.“
- **Lichtgeschwindigkeit als Höchstgeschwindigkeit**
Kein materielles Objekt, das in Bezug auf ein Inertialsystem in Ruhe sein kann, kann sich mit einer Geschwindigkeit $v \geq c$ bewegen.
Ein physikalisches Signal bewegt sich immer (in Bezug auf jedes Inertialsystem) mit $v \leq c$.

Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**

“Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“

- **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**

„Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in jedem Inertialssystem stets den Wert $c = 299'792'458$ m/s.“

- **Lichtgeschwindigkeit als Höchstgeschwindigkeit**

Betroffen ist immer die Lichtgeschwindigkeit in dem entsprechenden Medium, die jedoch in verschiedenen Medien unterschiedlich sein kann, so z.B. in Wasser 225'000 km/s, in Glas hoher Dichte nur 160'000 km/s. Hierdurch entstehen an den Grenzflächen zwischen Medien Lichtbrechung und Dispersion, die durch Brechungsindizes beschrieben werden.

Spezielle Relativitätstheorie

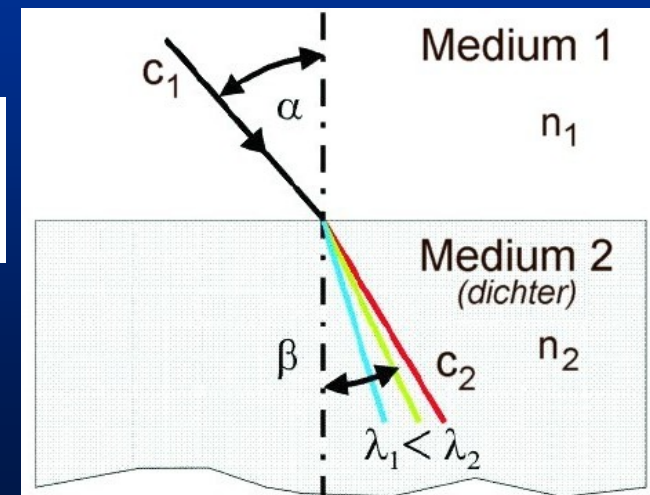
Grundpostulate

- **Relativitätsprinzip**
„Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die gleiche Form an“
- **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**
„Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in jedem Inertialsystem stets den Wert $c = 299'792'458 \text{ m/s}$.“

➤ Lichtgeschwindigkeit

Licht ändert beim Übergang von einem Medium in ein anderes Geschwindigkeit und Richtung. Dies wird durch die Brechungsindizes n_1 und n_2 beschrieben.

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$



Spezielle Relativitätstheorie

Grundpostulate

Die Spezielle Relativitätstheorie setzt die Abwesenheit von Gravitationskräften voraus. Der Grund dafür ist, dass es bei Anwesenheit massebehafteter Objekte keine Inertialsysteme gibt! Die Spezielle Relativitätstheorie kann somit nur auf Situationen angewandt werden, in denen die Schwerkraft vernachlässigt werden kann.

Näherungsweise gilt das z.B.:

- im interstellaren Weltraum fern von großen gravitierenden Massen;
- innerhalb von fallenden „Kästen“, Liften, in Raumschiffen oder Satelliten in Umlaufbahn ohne äußeren Antrieb und solange die betrachteten Zeiträume nicht zu groß werden;
- für horizontale Bewegungen auf der Erde (siehe Gedankenexperimente);
- bei großen Geschwindigkeiten, die durch die Schwerkraft nicht wesentlich beeinflusst werden (Prozesse in Teilchenbeschleunigern oder Myonenzerfall).

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$

τ : Eigenzeit; t : Zeit im ruhenden System

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \beta > 0$$

⇒ **Bewegte Uhren gehen langsamer!**

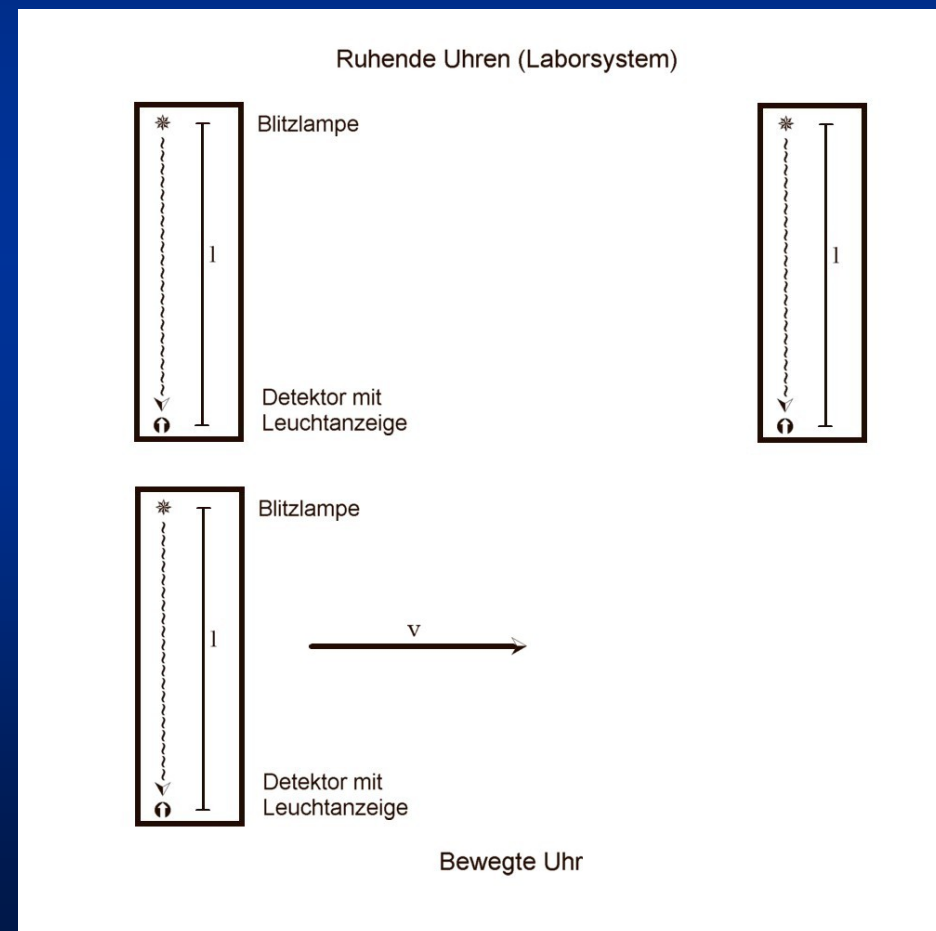
Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
 τ : Eigenzeit; t : Zeit im ruhenden System

Gedankenexperiment:

In einem Labor befinden sich ruhende und bewegte Uhren gleicher Bauart: Eine Blitzlampe in der Uhr sendet Lichtimpulse aus, die von einem Detektor am anderen Ende empfangen und durch eine Leuchtdiode bestätigt werden. Der Vorgang ist von außen beobachtbar.



Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
 τ : Eigenzeit; t : Zeit im ruhenden System

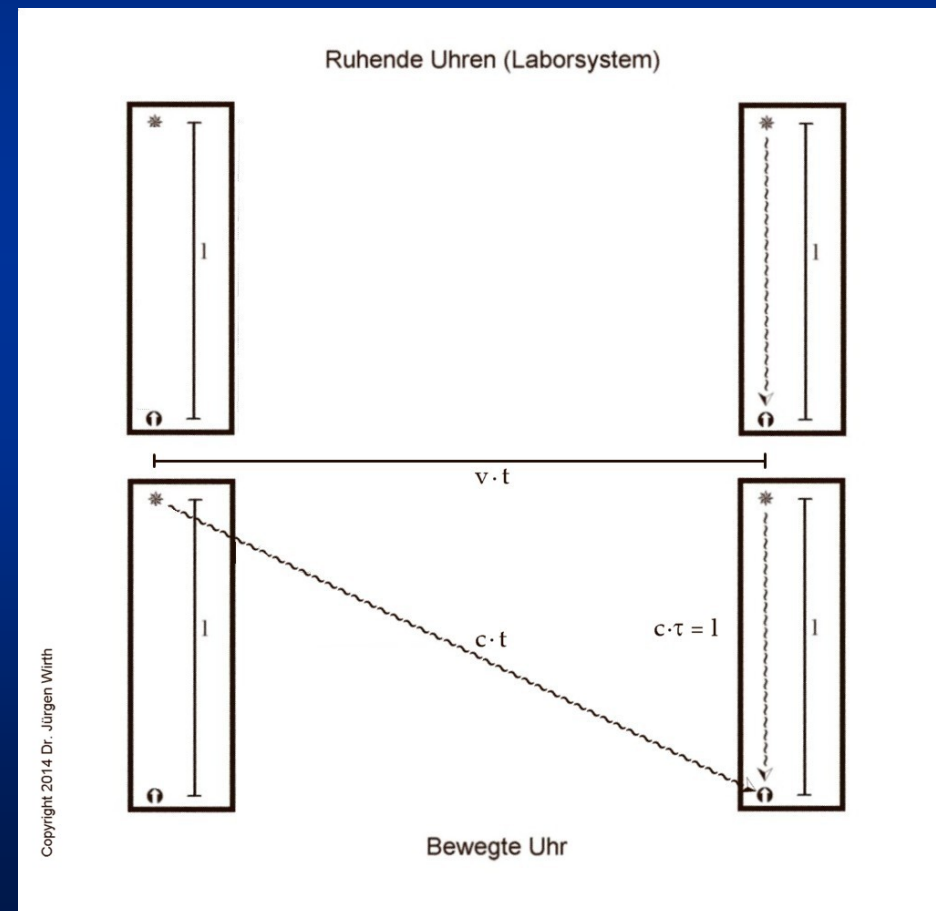
Gedankenexperiment:

Die bewegte Uhr läuft die Strecke: $v \cdot t$ im ruhenden System.

Der Lichtstrahl in der bewegten Uhr läuft die Strecke: $c \cdot t$, betrachtet im ruhenden System.

Für den mitbewegten Beobachter läuft das Licht die Strecke: $l = c \cdot \tau$

[Welches das ruhende und welches das bewegte System ist, läßt sich a priori nicht festlegen, das ist „relativ“.]



Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

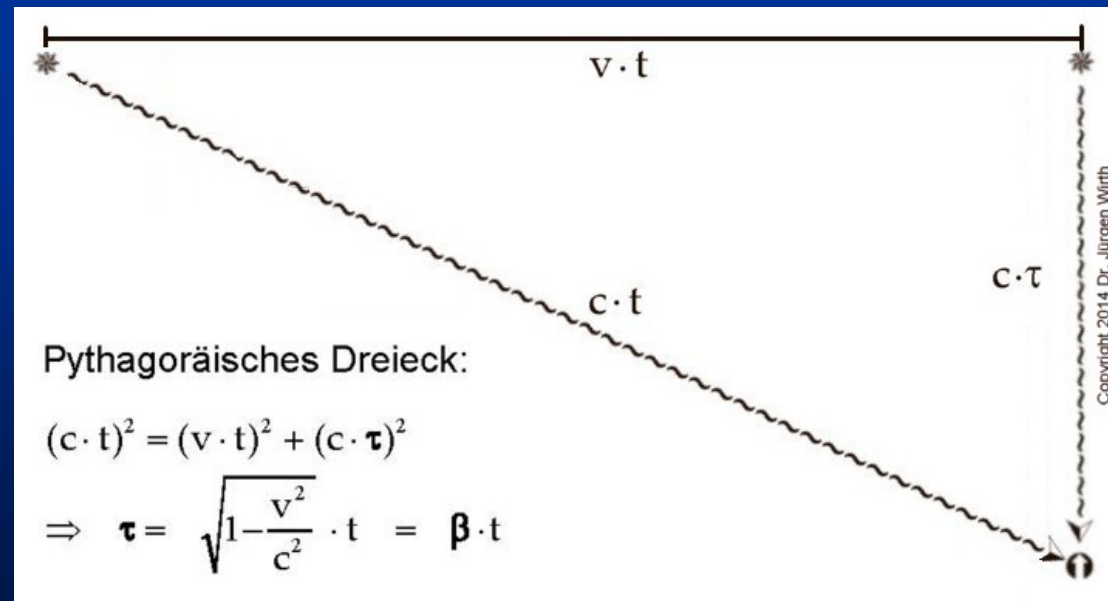
- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
 τ : Eigenzeit; t : Zeit im ruhenden System

Gedankenexperiment:

Die Geschwindigkeiten bilden ein rechtwinkliges Dreieck, in dem sich die Beziehung zwischen der Zeit im ruhenden System t und der Eigenzeit τ mithilfe des Satzes von Pythagoras direkt ermitteln lässt: die Zeitdilatation.

Nimmt man an, dass die Geschwindigkeit $v = 0.86 \cdot c$ sei, dann erreicht die Zeitdilatation den Wert 0.5, d.h. die Eigenzeit läuft nur halb so schnell wie die Zeit im ruhenden System.

[c ist immer die Lichtgeschwindigkeit.]



Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$

- **Beispiel: Myonenlebensdauer**

Myonen haben eine mittlere Lebensdauer $\tau_{1/2}$ von $2 \mu\text{s}$ und daher in der Atmosphäre eine Reichweite von $\sim 600 \text{ m}$. Trotzdem erreichen Myonen, die in der oberen Atmosphäre durch kosmische Teilchen erzeugt werden, den Erdboden, da sie aufgrund ihrer hohen Geschwindigkeit einer Verlängerung ihrer Lebensdauer durch die Zeitdilatation unterliegen:

z.B. bei $v_{\mu} = 0.99942 c$ beträgt sie $\tau_{1/2}' = 29.4 \cdot \tau_{1/2} = 59 \mu\text{s}$

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$

- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$

λ : Länge in Bewegung

l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \beta > 0$$

\Rightarrow Bewegte Objekte erscheinen in Bewegungsrichtung verkürzt und vom seitlichen Beobachter weggedreht zu sein, so dass dieser auch die verkürzte Rückseite sehen kann!

(auch „Lorentz-Kontraktion“ genannt)

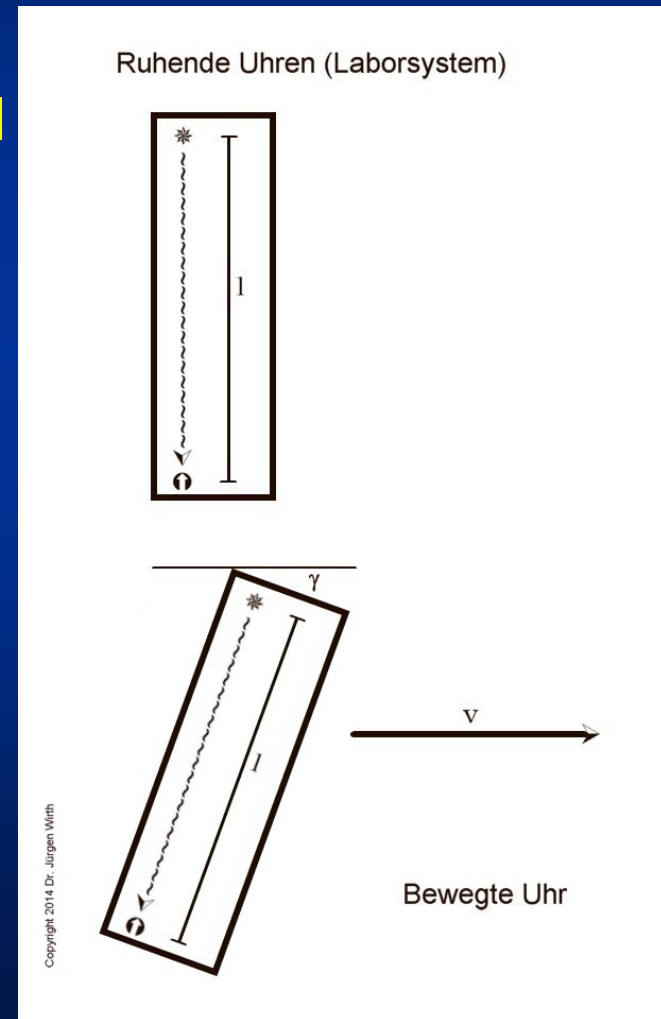
Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
 λ : Länge in Bewegung
 l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

Der Grund ist darin zu suchen, dass Lichtstrahlen von der Hinterseite des Objekts sich zum seitlichen Beobachter ausbreiten, da sich das Objekt während der Laufzeit dieser Lichtstrahlen nach vorne bewegt hat.



Spezielle Relativitätstheorie

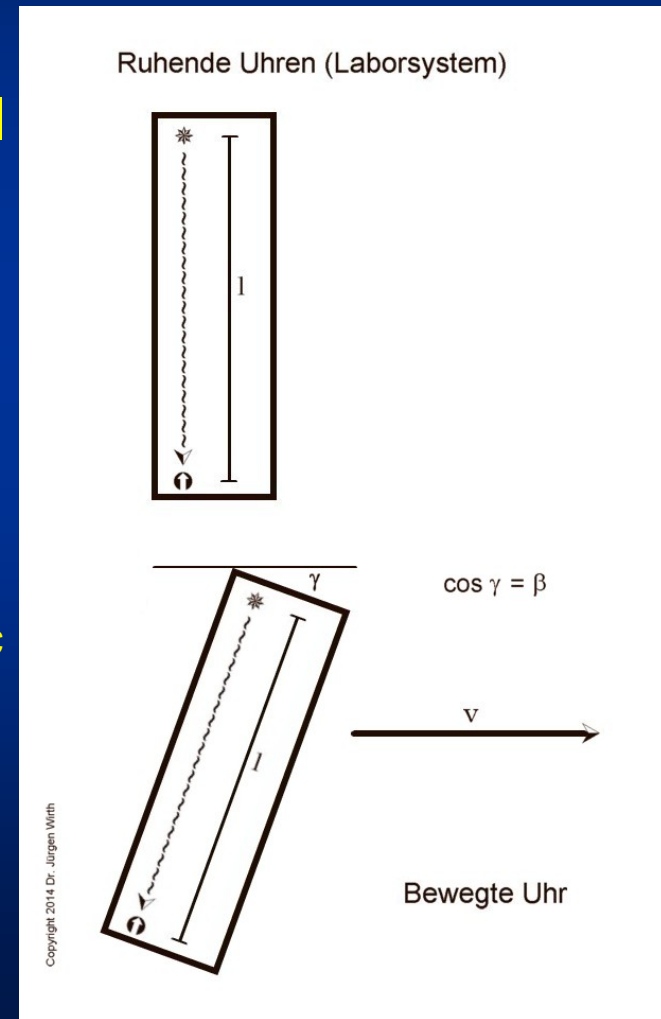
Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
 λ : Länge in Bewegung
 l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

Der Drehwinkel γ berechnet sich nach $\cos \gamma = \beta$ und geht gegen 90° , wenn sich die Geschwindigkeit v der Lichtgeschwindigkeit c annähert.

In dem vorigen Beispiel mit $v = 0.86 c$ beträgt $\beta = 0.5$ und der Drehwinkel $\gamma = 60^\circ$.



Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
 λ : Länge in Bewegung; l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \beta > 0$$

Dieser Effekt verschwindet bei Rückkehr in dasselbe Inertialsystem.

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
 λ : Länge in Bewegung; l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \beta > 0$$

➤ **Relativistische Geschwindigkeitaddition**

Aus Zeitdilatation und Lorentz-Kontraktion folgt eine veränderte Definition der Addition von Geschwindigkeiten: u , v und u' sind gleichgerichtet. Die resultierende Geschwindigkeit u' kann maximal c erreichen, wenn u und v beide gleich c sind.

Eine verbleibende vertikale Komponente $w \perp u, v$ wird ebenfalls beeinflusst:

$$u' = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

$$w' = \frac{\beta \cdot w}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
 λ : Länge in Bewegung; l : Länge im Ruhezustand

$$\beta = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \beta > 0$$

➤ **Relativistische Geschwindigkeitaddition**

Z.B.: Bewegt sich in einem Inertialsystem I' , das gegenüber dem System I eine Geschwindigkeit von $u = 0.75 c$ aufweist, ein Elektron mit $v = 0.75 c$ in gleicher Richtung, so wird dessen Geschwindigkeit im System I nur mit $u' = 0.96 c$ gemessen und nicht mit $1.5 c$.

$$u' = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

$$w' = \frac{\beta \cdot w}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
- **Massenzunahme:** $\mu = \alpha \cdot m$
 μ : Masse in Bewegung / dynamische Masse; m : Ruhemasse

$$\alpha = 1 / \beta \quad \text{mit} \quad 1 \leq \alpha < \infty$$

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
- **Massenzunahme:** $\mu = \alpha \cdot m$
 μ : Masse in Bewegung / dynamische Masse; m : Ruhemasse

➤ **Beispiel: Elektronenbeschleuniger**

Nach $E = \frac{1}{2} mv^2$ würden zur Beschleunigung eines Elektrons auf Lichtgeschwindigkeit $4.1 \cdot 10^{-14}$ J an Energie benötigt.

Tatsächlich erreicht ein Elektron, das mit $2.6 \cdot 10^{-10}$ J, dem $\hat{=}$ 0-fachen Energiebetrag, beschleunigt wurde, nur eine Geschwindigkeit von $0.999'999'999'5$ c statt 80 c.

Um die Geschwindigkeit lediglich auf $0.999'999'999'95$ c zu steigern wäre zusätzlich noch einmal mehr als der 30-fache Energiebetrag nötig, da die dynamische Masse dann auf das $100'000$ fache steigt!

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
- **Massenzunahme:** $\mu = \alpha \cdot m$
 μ : Masse in Bewegung / dynamische Masse; m : Ruhemasse

➤ **Berechnung der Geschwindigkeit:**

Gesamtmasse: $E = m c^2 = \alpha m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\beta}$ mit der Ruhemasse m_0

folglich:

$$\beta = \frac{m_0 c^2}{E} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

und:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}}$$

wobei E die Beschleunigungsenergie und v/c die Geschwindigkeit im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit bedeuten.

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:** $\tau = \beta \cdot t$
- **Längenkontraktion:** $\lambda = \beta \cdot l$
- **Massenzunahme:** $\mu = \alpha \cdot m$
 μ : Masse in Bewegung / dynamische Masse; m : Ruhemasse

$$\alpha = 1 / \beta \quad \text{mit} \quad 1 \leq \alpha < \infty$$

Dieser Effekt verschwindet bei Rückkehr in dasselbe Inertialssystem.

Spezielle Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Zeitdilatation:**
- **Längenkontraktion:**
- **Massenzunahme:**
- **Masse-Energie-Äquivalenz:**
“Die Masse eines Körpers ist ein Maß für dessen Energieinhalt.“
(Albert Einstein, 1905)

Annalen der Physik Bd. 18, S. 639 (1905)

639

13. *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*
von A. Einstein.

Die Resultate einer jüngst in diesen Annalen von mir publizierten elektrodynamischen Untersuchung¹⁾ führen zu einer sehr interessanten Folgerung, die hier abgeleitet werden soll. Ich legte dort die Maxwell-Hertz'schen Gleichungen für den leeren Raum nebst dem Maxwell'schen Ausdruck für die elektromagnetische Energie des Raumes zugrunde und außerdem das Prinzip:

Die Gesetze, nach denen sich die Zustände der physikalischen Systeme ändern, sind unabhängig davon, auf welches von zwei relativ zueinander in gleichförmiger Parallel-Translationsbewegung befindlichen Koordinatensystemen diese Zustandsänderungen bezogen werden (Relativitätsprinzip).

Gestützt auf diese Grundlagen²⁾ leitete ich unter anderem das nachfolgende Resultat ab (l. c. § 8):

Ein System von ebenen Lichtwellen besitze, auf das Koordinatensystem (x, y, z) bezogen, die Energie l ; die Strahlrichtung (Wellennormale) bilde den Winkel φ mit der x -Achse des Systems. Führt man ein neues, gegen das System (x, y, z) in gleichförmiger Paralleltranslation begriffenes Koordinatensystem (ξ, η, ζ) ein, dessen Ursprung sich mit der Geschwindigkeit v längs der x -Achse bewegt, so besitzt die genannte Lichtmenge — im System (ξ, η, ζ) gemessen — die Energie:

$$l^* = l \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}},$$

wobei V die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Von diesem Resultat machen wir im folgenden Gebrauch.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17. p. 891. 1905.
2) Das dort benutzte Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist natürlich in den Maxwell'schen Gleichungen enthalten.

42*

Relativitätstheorie

Begriff der Masse

Bei der Behandlung der Speziellen Relativitätstheorie tritt die Trägheit der Masse bei den dynamischen Prozessen in den Vordergrund. Sie wird beschrieben über die Kraftgleichung der Mechanik:

$$F = m \cdot a$$

(Kraft gleich Masse mal Beschleunigung)

Masse hat aber auch die Eigenschaft, Quelle der Schwerkraft zu sein. Diese Masse bezeichnet man im Gegensatz zur „trägen Masse“ als „schwere Masse“. Sie wird wie folgt beschrieben:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

wobei $G = 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$ die universelle Gravitationskonstante bezeichnet und r den Abstand zweier sich anziehende Massen.

Mit:

$$g = G \frac{m_1}{r^2}$$

kann eine äquivalente Formulierung gefunden werden: wobei g die lokale Schwerebeschleunigung darstellt.

$$F = m \cdot g$$

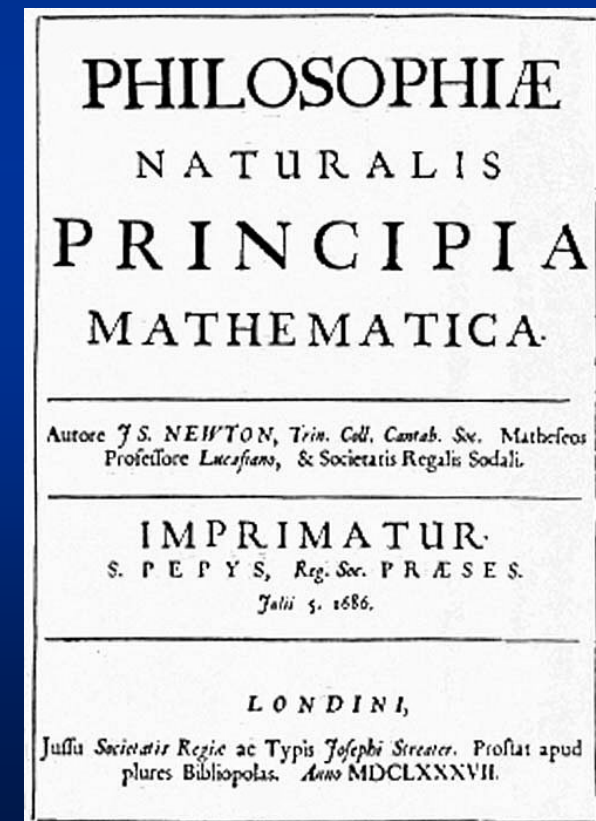
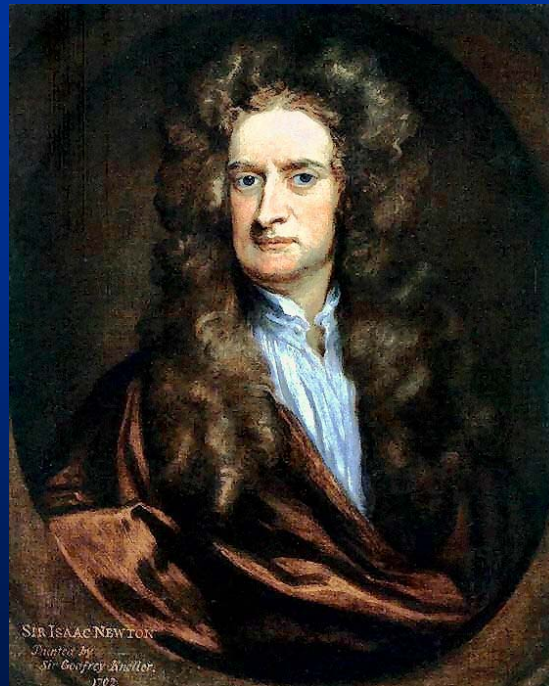
Relativitätstheorie

Äquivalenzprinzip

Die Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird als das Äschwache ÄquivalenzprinzipÄbeschrieben.

1636/38
1687

Galileo Galilei stellt als erster Überlegungen hierzu an
Isaac Newton formuliert
das Äquivalenzprinzip



Relativitätstheorie

Äquivalenzprinzip

Die Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird als das Äschwache ÄquivalenzprinzipÄbeschrieben.

1636/38

Galileo Galilei stellt als erster Überlegungen hierzu an

1687

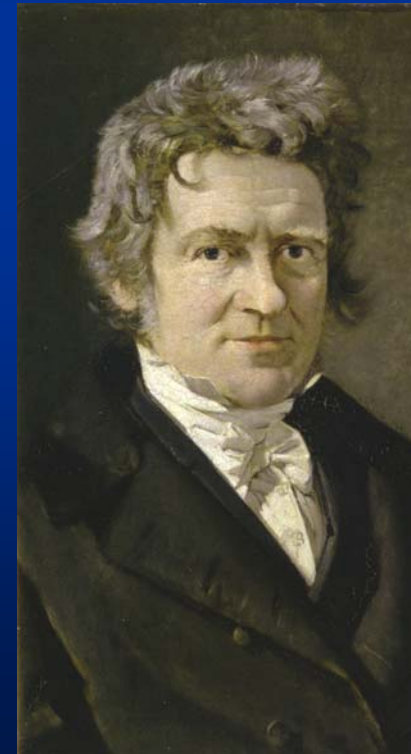
Isaac Newton formuliert das Äquivalenzprinzip

1689

Newton führt Versuche durch

1832

Friedrich Wilhelm Bessel
unternimmt Pendelversuche

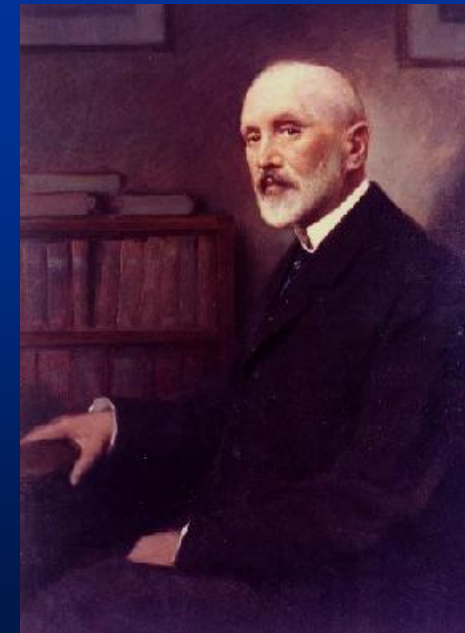


Relativitätstheorie

Äquivalenzprinzip

Die Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird als das Äschwache ÄquivalenzprinzipÄbeschrieben.

- 1636/38** Galileo Galilei stellt als erster Überlegungen hierzu an
- 1687** Isaac Newton formuliert das Äquivalenzprinzip
- 1689** Newton führt Versuche durch
- 1832** Friedrich Wilhelm Bessel unternimmt Pendelversuche
- 1890/1909** Loránd Eötvös (1848-1919) führt das nach ihm benannte Experiment durch



Relativitätstheorie

Äquivalenzprinzip

Die Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird als das Äschwache ÄquivalenzprinzipÄbeschrieben.

- | | |
|------------------|---|
| 1636/38 | Galileo Galilei stellt als erster Überlegungen hierzu an |
| 1687 | Isaac Newton formuliert das Äquivalenzprinzip |
| 1689 | Newton führt Versuche durch |
| 1832 | Friedrich Wilhelm Bessel unternimmt Pendelversuche |
| 1890/1909 | Loránd Eötvös (1848-1919) führt das nach ihm benannte Experiment durch |

Newton und Bessel hatten mit ihren Versuchen eine Gleichheit von besser als 0.1 % (10^{-3}) bestimmen können. Eötvös verbesserte diesen Wert auf 10^{-9} . Spätere Arbeiten in den Jahren 1964, 1972, mit Laser-Reflektoren am Mond 1976 konnten den Wert auf 10^{-12} und Adelberger et al. 1999 auf 10^{-13} verbessern. Es gibt keinen Hinweis darauf, dass sich träge und schwere Masse in ihrem Umfang unterscheiden!

Allgemeine Relativitätstheorie

“Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund‘ an sollen Raum und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.“

(1908 zur 80. Vers. Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Cöln)

*(Hermann Minkowski (1864-1909),
Mathematiker und Physiker, u.a.
1887-94 Lehre an der Universität
Bonn, dort 1892 Assistenzprofessor,
danach wieder Königsberg, ab 1896
in Zürich, wo Einstein zu seinen
Schülern zählte, ab 1902 Göttingen.)*



Allgemeine Relativitätstheorie

„Es handelt sich, so kurz wie möglich ausgedrückt [...] darum, daß die Welt in Raum und Zeit in gewissem Sinne eine vierdimensionale nichteuklidische Mannigfaltigkeit ist.“

*aus: Hermann Minkowski,
Das Relativitätsprinzip,
in: Annalen der Physik, 352 (15), S. 927
(posthum 1915, verfasst 1907)*

927

4. Das Relativitätsprinzip¹⁾; von H. Minkowski †.

Von der elektromagnetischen Lichttheorie ausgehend, scheint sich in der jüngsten Zeit eine vollkommene Wandlung unserer Vorstellungen von Raum und Zeit vollziehen zu wollen, die kennen zu lernen für den Mathematiker jedenfalls von ganz besonderem Interesse sein muß. Auch ist er besonders gut prädisponiert, die neuen Anschauungen aufzunehmen, weil es sich dabei um eine Akklimatisierung an Begriffsbildungen handelt, die dem Mathematiker längst äußerst geläufig sind, während die Physiker jetzt diese Begriffe zum Teil neu erfinden und sich durch einen Urwald von Unklarheiten mühevoll einen Pfad durchholzen müssen, indessen ganz in der Nähe die längst vortrefflich angelegte Straße der Mathematiker bequem vorwärts führt. Überhaupt würden die neuen Ansätze, falls sie tatsächlich die Erscheinungen richtig wiedergeben, fast den größten Triumph bedeuten, den je die Anwendung der Mathematik gezeitigt hat. Es handelt sich, so kurz wie möglich ausgedrückt — Genaueres werde ich alsbald ausführen — darum, daß die Welt in Raum und Zeit in gewissem Sinne eine vierdimensionale nichteuklidische Mannigfaltigkeit ist. Es würde zum Ruhme der Mathematiker, zum grenzenlosen Erstaunen der übrigen Menschheit offenbar werden, daß die Mathematiker rein in ihrer Phantasie ein großes Gebiet geschaffen haben, dem, ohne daß dieses je in

¹⁾ Es sind gerade 10 Jahre her, daß in den Annalen die Arbeit von Einstein über die Elektrodynamik bewegter Körper veröffentlicht wurde. Mit Rücksicht auf die große Rolle, welche das in jener Arbeit begründete Relativitätsprinzip in den Annalen spielt, veröffentlicht Herr Sommerfeld im Einverständnis mit der Redaktion aus den nachgelassenen Papieren Minkowskis als des erfolgreichsten Interpreten des Relativitätsprinzips den nachfolgenden Vortrag. Derselbe ist gehalten in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft am 5. November 1907, also fast ein Jahr vor dem Kölner Vortrag Minkowskis über Raum und Zeit.

Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

1911 Albert Einstein veröffentlicht eine Arbeit über die Lichtablenkung im Schwerfeld



Hierzu hatte er bereits 1908 geschrieben.

Annalen der Physik
Bd. 35, S. 898 (1911)

898

*4. Über den Einfluß
der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes;
von A. Einstein.*

Die Frage, ob die Ausbreitung des Lichtes durch die Schwere beinflußt wird, habe ich schon an einer vor 3 Jahren erschienenen Abhandlung zu beantworten gesucht.¹⁾ Ich komme auf dies Thema wieder zurück, weil mich meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht befriedigt, noch mehr aber, weil ich nun nachträglich einsehe, daß eine der wichtigsten Konsequenzen jener Betrachtung der experimentellen Prüfung zugänglich ist. Es ergibt sich nämlich, daß Lichtstrahlen, die in der Nähe der Sonne vorbeigehen, durch das Gravitationsfeld derselben nach der vorzubringenden Theorie eine Ablenkung erfahren, so daß eine scheinbare Vergrößerung des Winkelabstandes eines nahe an der Sonne erscheinenden Fixsternes von dieser im Betrage von fast einer Bogensekunde eintritt.

Es haben sich bei der Durchführung der Überlegungen auch noch weitere Resultate ergeben, die sich auf die Gravitation beziehen. Da aber die Darlegung der ganzen Betrachtung ziemlich unübersichtlich würde, sollen im folgenden nur einige ganz elementare Überlegungen gegeben werden, aus denen man sich bequem über die Voraussetzungen und den Gedankengang der Theorie orientieren kann. Die hier abgeleiteten Beziehungen sind, auch wenn die theoretische Grundlage zutrifft, nur in erster Näherung gültig.

§ 1. Hypothese über die physikalische Natur
des Gravitationsfeldes.

In einem homogenen Schwerfeld (Schwerebeschleunigung γ) befinde sich ein ruhendes Koordinatensystem K , das so orientiert sei, daß die Kraftlinien des Schwerfeldes in Richtung

¹⁾ A. Einstein, Jahrb. f. Radioakt. u. Elektronik IV. 4.

Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

1911 Albert Einstein veröffentlicht eine Arbeit über die Lichtablenkung im Schwerefeld



Zitat: „Es wäre dringend zu wünschen, daß sich Astronomen der hier aufgerollten Frage annähmen, auch wenn die im vorigen gegebenen Überlegungen ungenügend fundiert oder gar abenteuerlich erscheinen sollten. Denn abgesehen von jeder Theorie muß man sich fragen, ob mit den heutigen Mitteln ein Einfluß der Gravitationsfelder auf die Ausbreitung des Lichtes sich konstatieren läßt.“

Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

1911 Albert Einstein veröffentlicht eine Arbeit über die Lichtablenkung im Schwerefeld

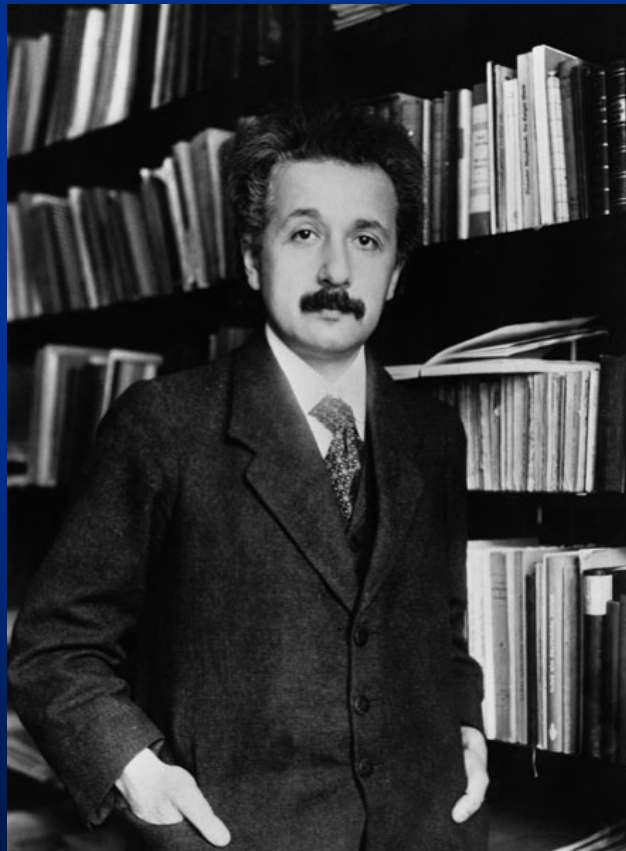


Bereits hier zeigt sich, dass die Allgemeine Relativitätstheorie eine gegenüber Newtons Theorie **neuartige Theorie der Gravitation** ist.

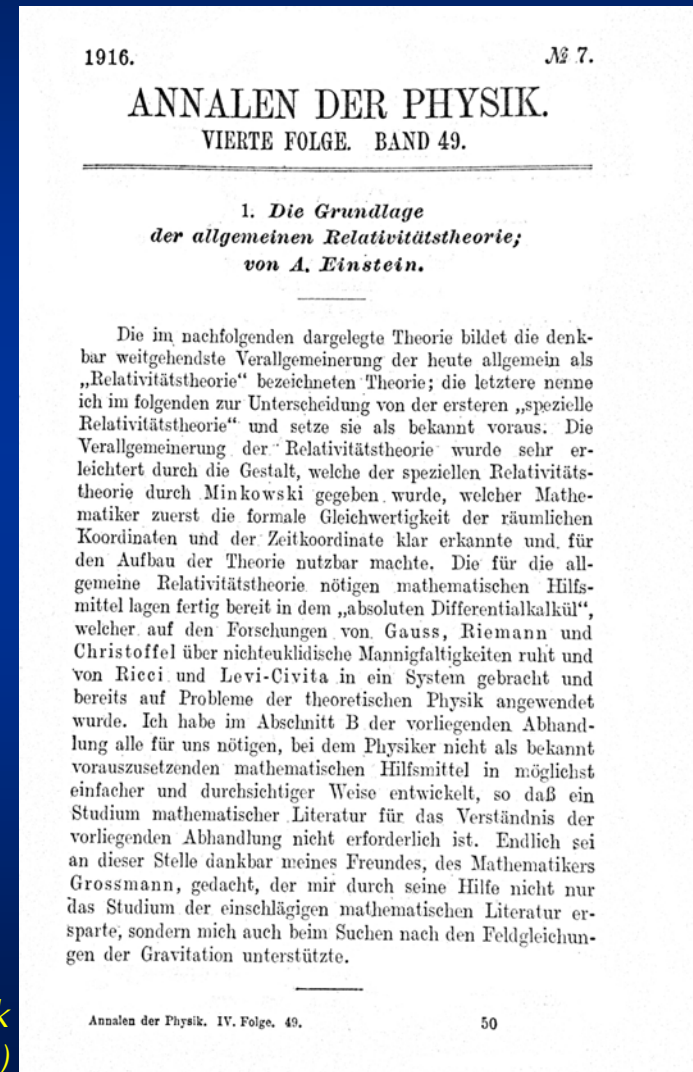
Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

1916 Albert Einstein veröffentlicht die vollständigen Grundlagen der Allgemeine Relativitätstheorie



*Annalen der Physik
Bd. 49, S. 769 (1916)*

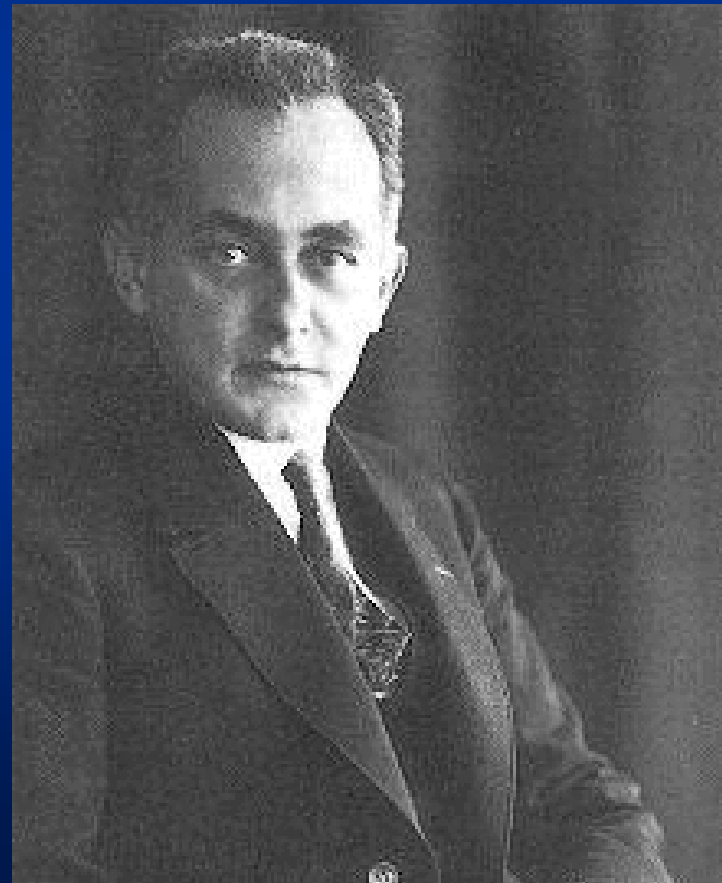


Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

„Der absolute Raum aber hat nahezu spiritistischen Charakter. [...] Diese Gegenüberstellung zeigt zur Genüge, daß der Raum als Ursache physikalischer Vorgänge aus dem Weltbilde beseitigt werden muss.“

aus: Max Born (1882-1970),
Die Relativitätstheorie Einsteins und
ihre physikalischen Grundlagen (1920),
S. 224



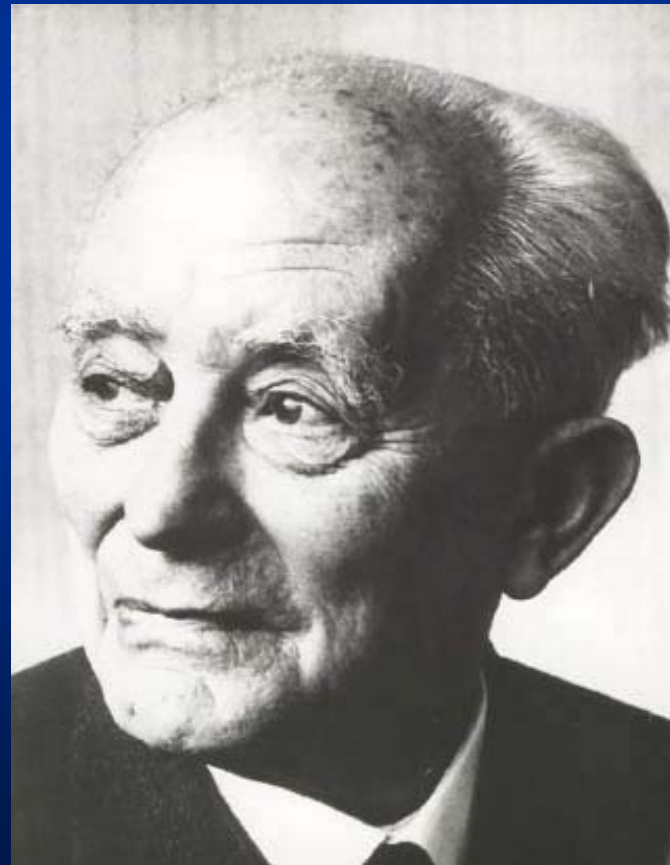
Allgemeine Relativitätstheorie

Geschichte

„Der absolute Raum aber hat nahezu spiritistischen Charakter. [...] Diese Gegenüberstellung zeigt zur Genüge, daß der Raum als Ursache physikalischer Vorgänge aus dem Weltbilde beseitigt werden muss.“

aus: Max Born (1882-1970),
Die Relativitätstheorie Einsteins und
ihre physikalischen Grundlagen (1920),
S. 224

Nobelpreis für Physik 1954
für seine Forschungen zur
Quantenmechanik.



Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Spezielle Relativitätstheorie**
- **Masse-Energie-Äquivalenz $E = m c^2$**
oder: *„Die Masse eines Körpers ist ein Maß für dessen Energieinhalt; ändert sich die Energie um L , so ändert sich die Masse in demselben Sinne ...“*

Oder auch: *Strahlung überträgt „Trägheit“ zwischen den emittierenden und absorbierenden Körpern.“*

(Zitate aus Einsteins Arbeit 1905)

Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Spezielle Relativitätstheorie**
- **Masse-Energie-Äquivalenz $E = m c^2$**
- **Äquivalenzprinzip beschleunigter Systeme**
Zwei physikalische Systeme, ein dynamisch beschleunigtes und ein in einem Gravitationsfeld beschleunigtes, sind gleichwertig.

Ohne äußere Anhaltspunkte lässt sich nicht feststellen, welches welches System ist.

In einem Gravitationsfeld frei fallende Systeme sind (lokale) Inertialsysteme. (**Allgemeines Relativitätsprinzip**)

Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Spezielle Relativitätstheorie**
- **Masse-Energie-Äquivalenz $E = m c^2$**
- **Äquivalenzprinzip beschleunigter Systeme**
- **Einführung einer vierdimensionalen Raum-Zeit**
Einführung Gaußscher Koordinaten: x, y, z, t bzw. ξ, η, ζ, τ
mit $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\tau^2 = s^2 - c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$

Die physikalischen Gesetze sind in Gaußschen Koordinaten invariant gegen Transformationen.

Geometrisches Konzept: Riemannsche Geometrie, in der Gravitation sich durch **Krümmung der Raum-Zeit** zeigt.

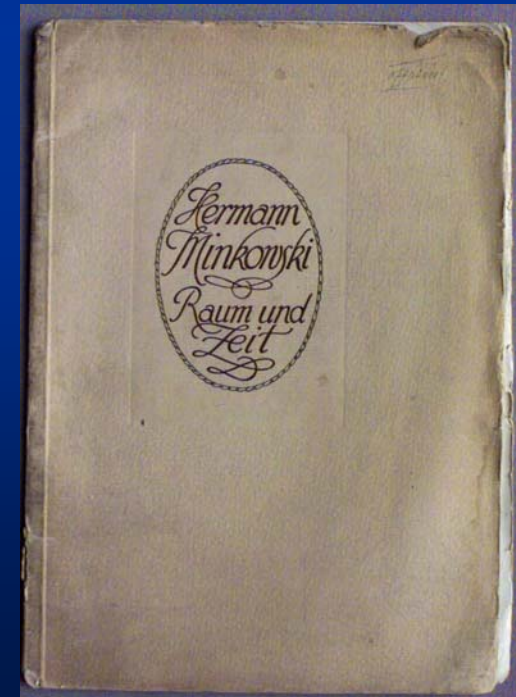
Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Einführung einer vierdimensionalen Raum-Zeit**

Einführung Gaußscher Koordinaten: x, y, z, t bzw. ξ, η, ζ, τ
mit $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\tau^2 = s^2 - c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$

Die vierdimensionale Darstellung der drei Raum- und der Zeitkoordinate geht auf der Basis von Ideen Henri Poincaré auf Minkowski zurück, der darüber zuerst 1907 vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft gesprochen hatte, aus dem Nachlass veröffentlicht unter dem Titel „Das Relativitätsprinzip“ in *Annalen der Physik*, Bd. 47, S. 927 (1915). Eine ausführlichere Darstellung gab er 1908 unter dem Titel „Raum und Zeit“ vor der 80. Naturforscher-Versammlung zu Köln, veröffentlicht 1909 posthum im Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 18.



Allgemeine Relativitätstheorie

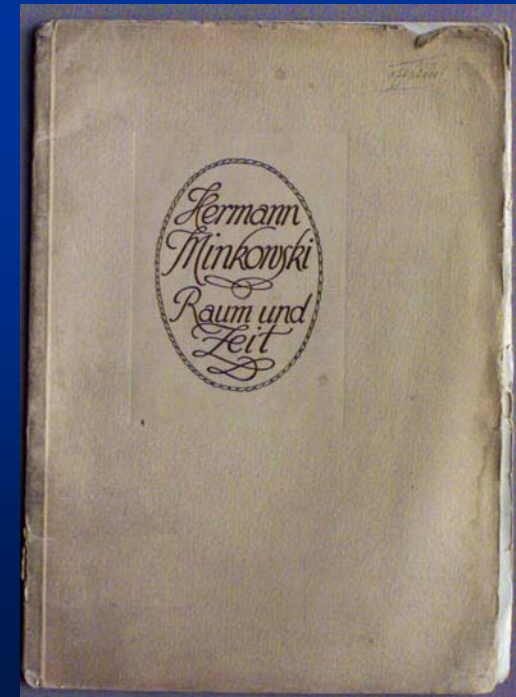
Grundlagen

- **Einführung einer vierdimensionalen Raum-Zeit**

Einführung Gaußscher Koordinaten: x, y, z, t bzw. ξ, η, ζ, τ
mit $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\tau^2 = s^2 - c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$

Auch wenn die vierdimensionale Behandlung auf ihn zurückgeht, merkt Minkowski an, *„daß t und t' gleich zu behandeln sind, ist erst das Verdienst von A. Einstein“*.

Minkowski spricht in diesem Zusammenhang auch von „**Weltpostulat**“, da ihm das Wort „Relativitätspostulat“ zu schwach erscheint.



Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Einführung einer vierdimensionalen Raum-Zeit**

Einführung Gaußscher Koordinaten: x, y, z, t bzw. ξ, η, ζ, τ
mit $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\tau^2 = s^2 - c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$

Und Einstein merkt in seiner Arbeit „Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie“ (1915) an: *„Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte.“*

Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlagen

- **Einführung einer vierdimensionalen Raum-Zeit**

Einführung Gaußscher Koordinaten: x, y, z, t bzw. ξ, η, ζ, τ
mit $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\tau^2 = s^2 - c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$

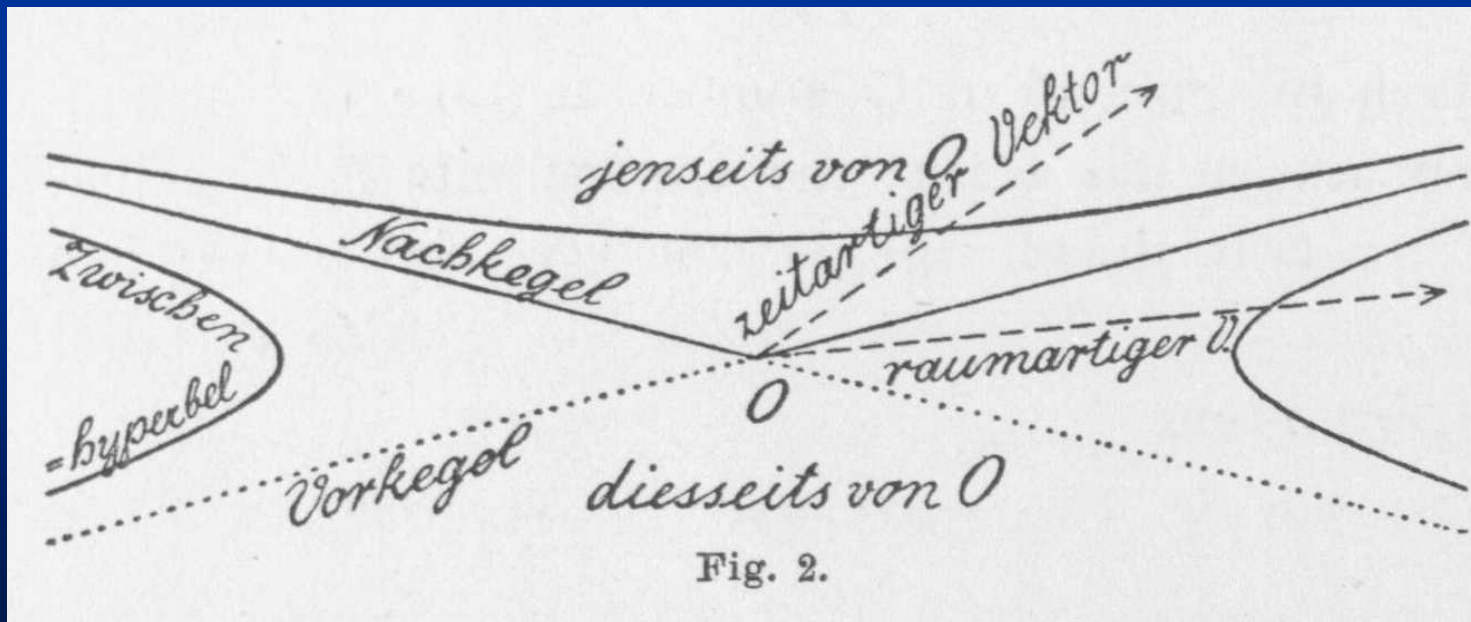
„Die ausnahmslose Gültigkeit des Weltpostulates ist, so möchte ich glauben, der wahre Kern eines elektromagnetischen Weltbildes, der von Lorentz getroffen, von Einstein weiter herausgeschält, nachgerade vollends am Tage liegt.“ (Minkowski, 1908)

Allgemeine Relativitätstheorie

Formulierung

- **Minkowski-Diagramm**

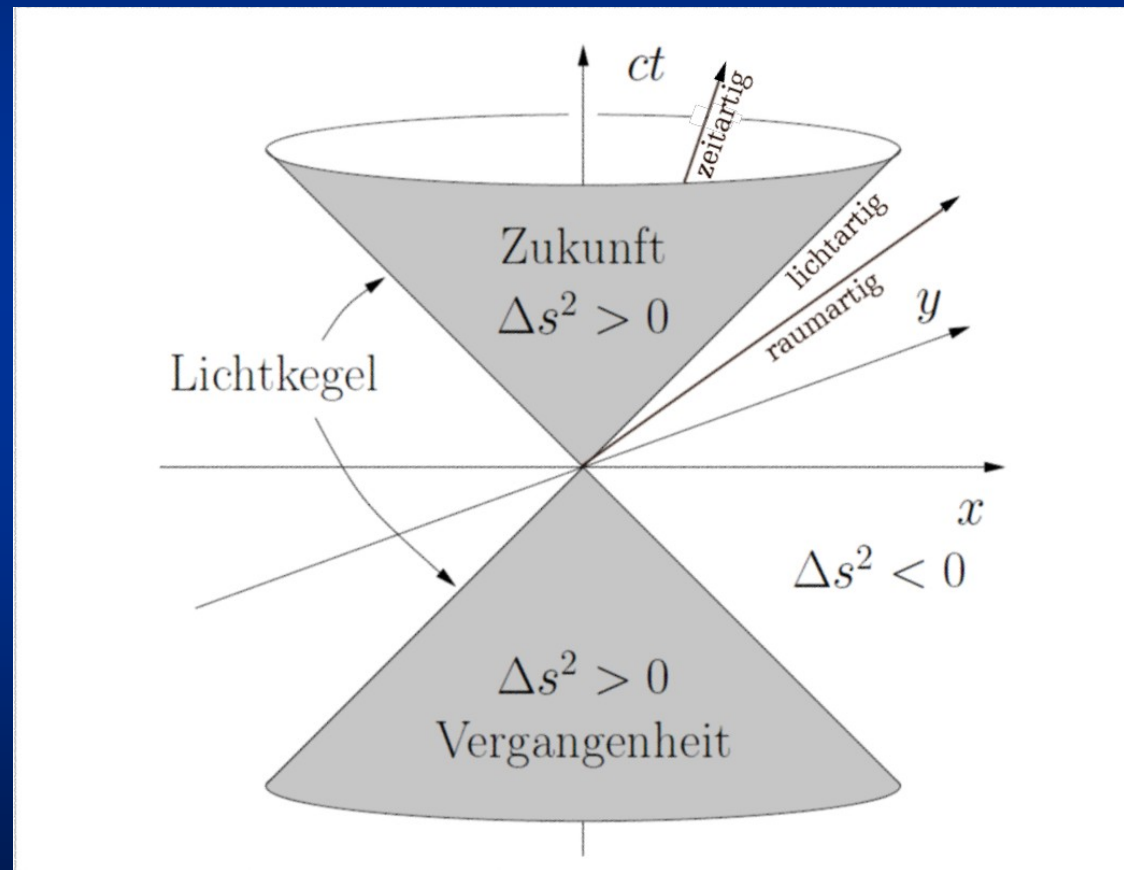
Im Vortrag von 1908 definiert Minkowski erstmals ein Raum-Zeit-Diagramm, das als Minkowski-Diagramm in die Wissenschaft eingeht:



Allgemeine Relativitätstheorie

Formulierung

- **Minkowski-Diagramm**

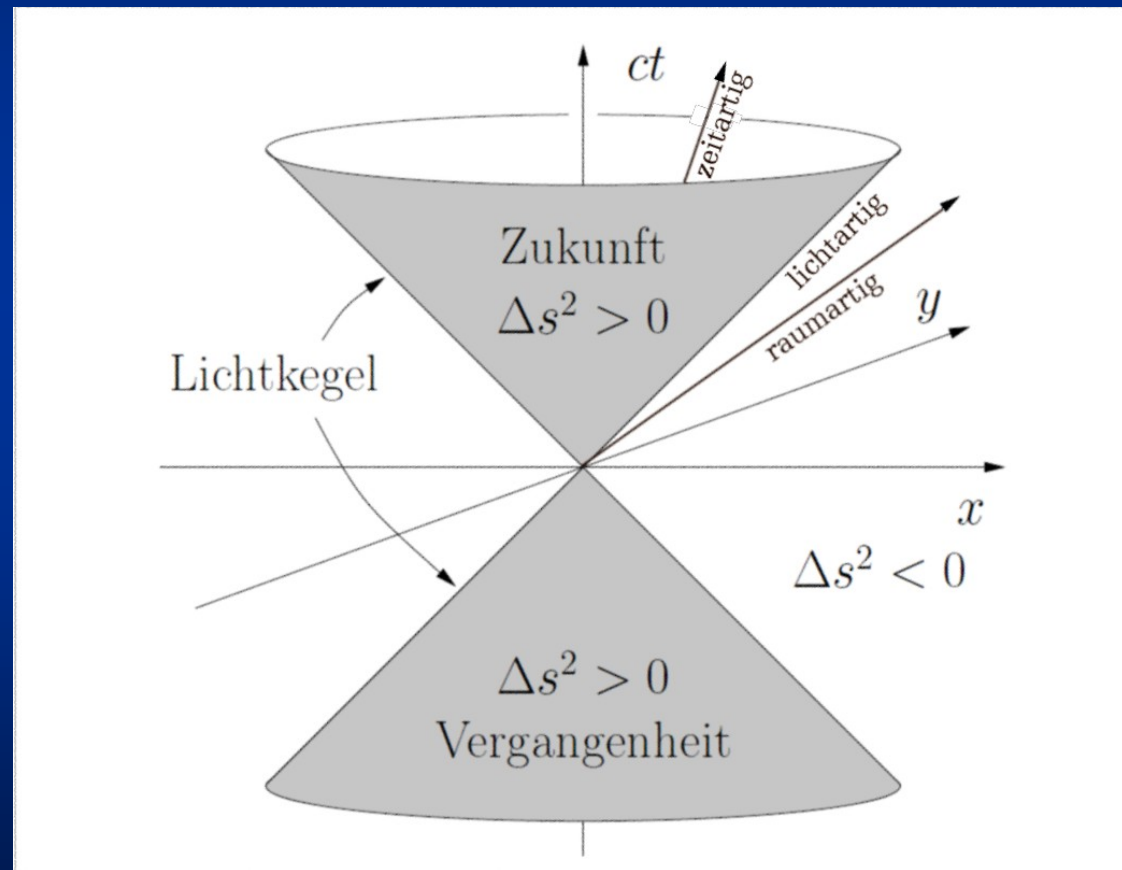


$$\Delta s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

Allgemeine Relativitätstheorie

Formulierung

- **Minkowski-Diagramm und Gleichzeitigkeit**



Ereignisse sind gleichzeitig, wenn sie auf dem Lichtkegel liegen

Allgemeine Relativitätstheorie

Formulierung

Einsteinsche Feldgleichung

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu}$:	Ricci-Tensor
$g_{\mu\nu}$:	metrischer Tensor
R :	Krümmungsskalar
κ :	Einsteinsche Gravitationskonstante
$T_{\mu\nu}$:	Energie-Impuls-Tensor

Tensoren sind mathematische Objekte aus der Linearen Algebra und Differentialgeometrie.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = -\frac{gH}{c^2}; \quad c = \lambda \cdot \nu$$

„Oben schneller“, „oben roter“, d.h. Licht verliert Energie beim Weg durch das Gravitationspotential nach außen.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

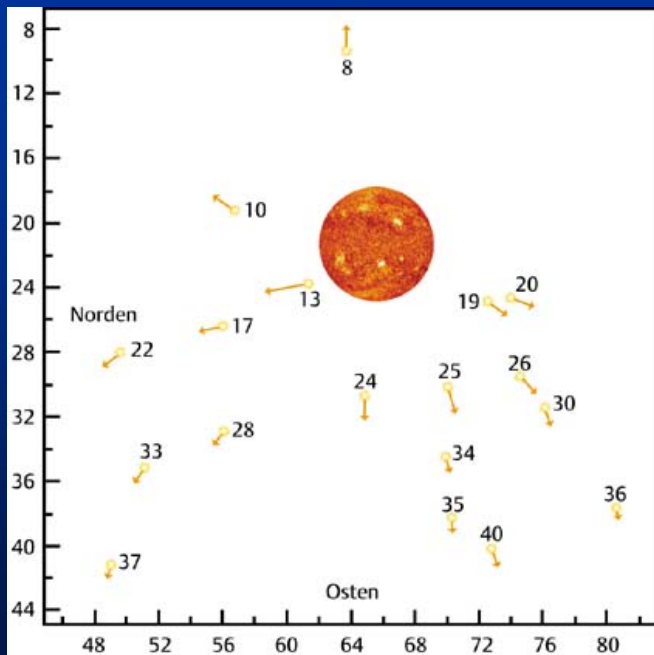
- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

$$\Delta\varphi = \frac{2r_s}{r}$$

im Bogenmaß mit r_s : Schwarzschildradius

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Die Sterne rücken von der Sonne weg



Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

$$\Delta\varphi = \frac{2r_s}{r}$$

im Bogenmaß mit r_s : Schwarzschildradius

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Maximale Ablenkung am Sonnenrand:

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot 3 \text{ km}}{7 \cdot 10^5 \text{ km}} = 8.57 \cdot 10^{-6} = 1.75''$$

Radioastronomisch bei 3C279 auf $\pm 0.01''$ bestätigt!

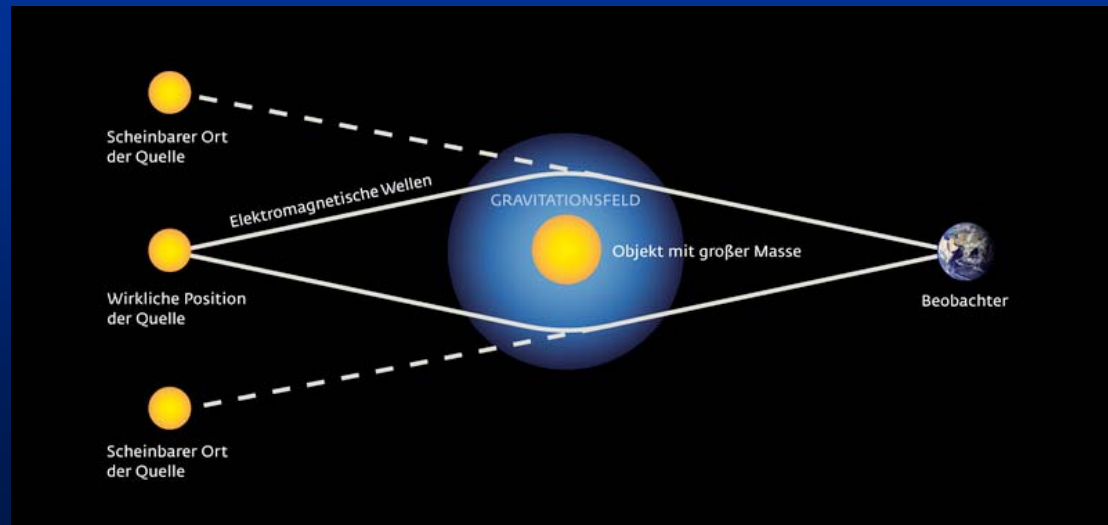
Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

Sie führt zu dem so genannten „**Gravitationslinseneffekt**“:

Licht von Hintergrundquellen wird an einer Masse im Vordergrund so gebrochen, als stünde dort eine Bikonvex-Linse.



Quelle: MPG, Horst Frank

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

Sie führt zu dem so genannten „**Gravitationslinseneffekt**“:

Licht von Hintergrundquellen wird an einer Masse im Vordergrund so gebrochen, als stünde dort eine Bikonvex-Linse.

Deren Brechkraft – und damit Stärke des Linseneffekts – wird durch die Vordergrundmasse bestimmt. Gleichzeitig lässt sich aus der Stärke des Effekts auf die Größe der Vordergrundmasse zurückrechnen. Ist die Massenverteilung ungleichmäßig, entstehen Mehrfach-Abbildungen.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

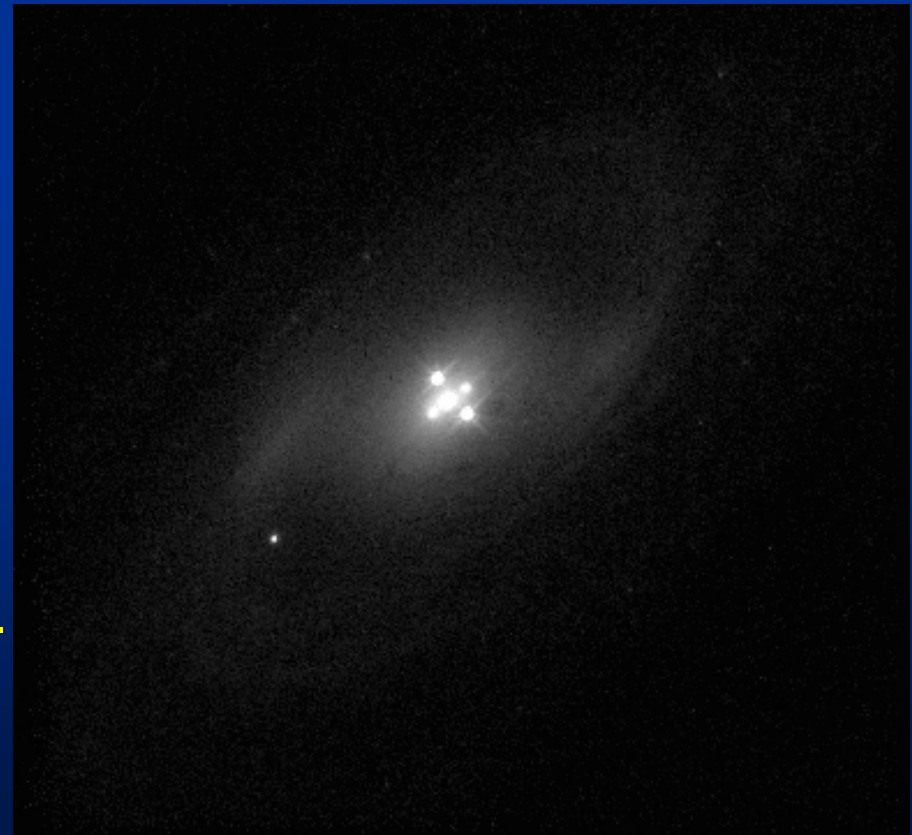
- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

Gravitationslinseneffekt

Das so genannte „Einstein-Kreuz“ G2237+0305:

Hinter dem Kern einer etwa 400 Millionen Lj entfernten Galaxie steht der Quasar QSO 2237+0305, dessen Abbildung durch den Gravitationslinseneffekt vervierfacht wird.

(NASA, ESA, und STScI - HST 90-20)



Allgemeine Relativitätstheorie

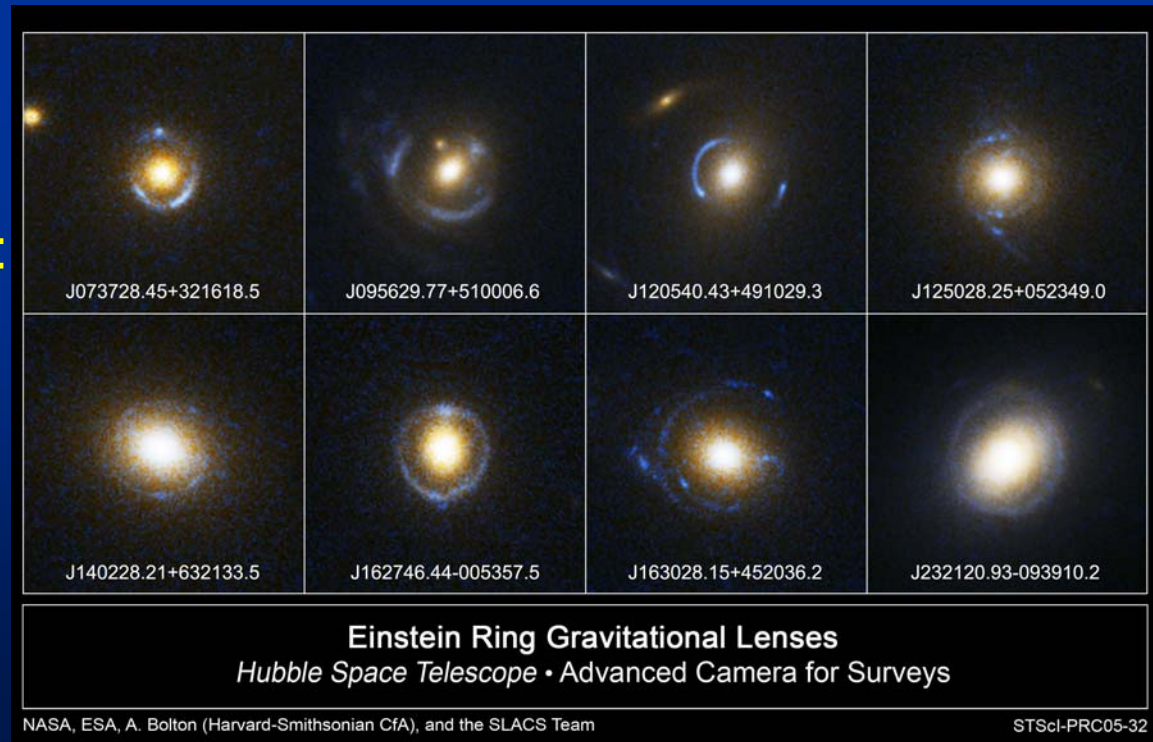
Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**

Gravitationslinseneffekt

Einstein-Ringe, aufgenommen vom Hubble-Space-Teleskope: Bilder von Hintergrundobjekten werden ringförmig verzerrt.

(NASA, ESA STScI –
HST 05-32)



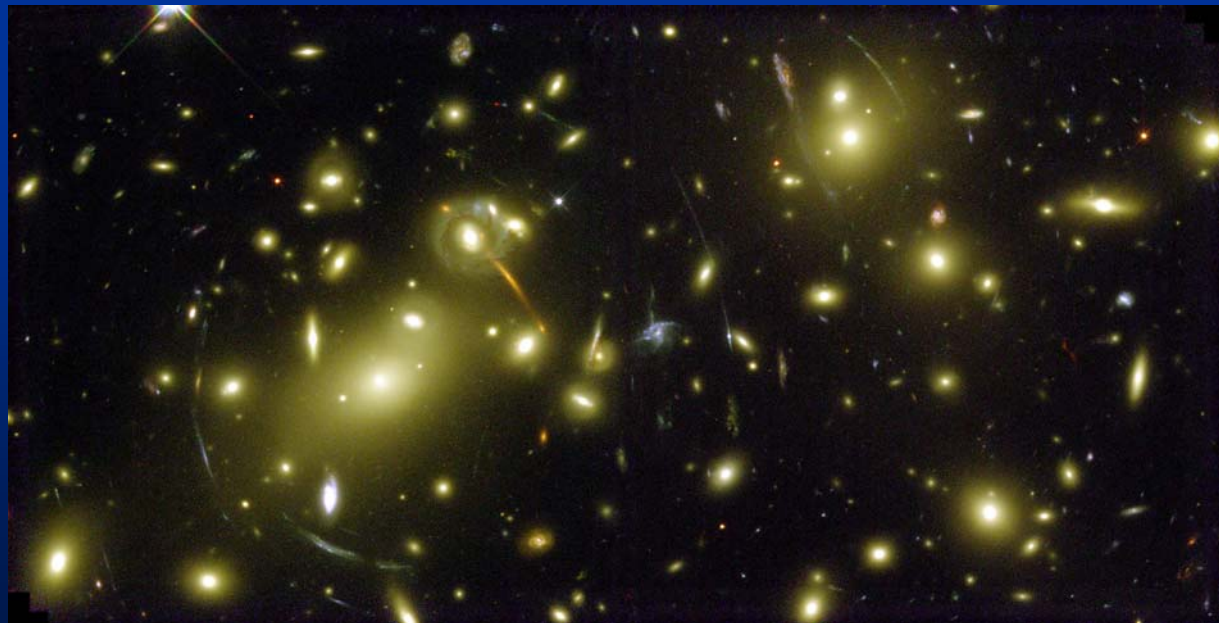
Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**
Gravitationslinseneffekt

Der Galaxienhaufen Abell 2218 in ca. 2 Mrd. Lj Entfernung verzerrt bogenförmig die Abbildungen 5-10fach weiter entfernter Galaxien.

*(NASA, ESA, STScI –
HST 95-14)*

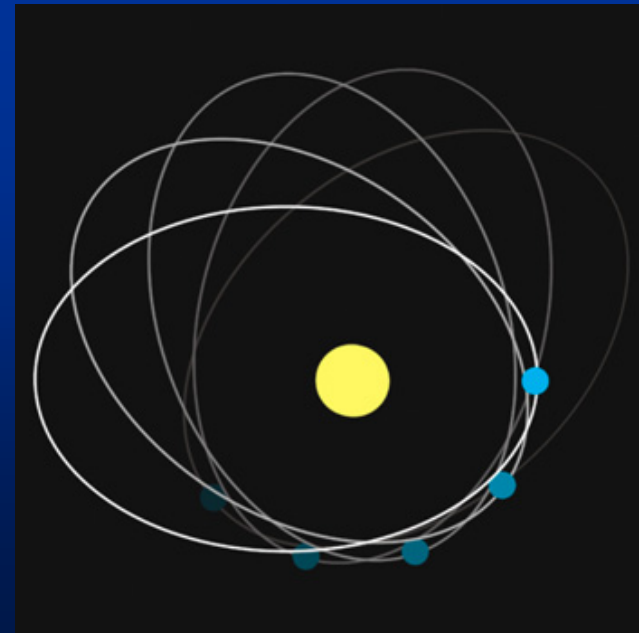


Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**
- **Periheldrehung der Planeten (des Merkur)**
Das Gravitationsfeld hat eine Energie- und damit eine äquivalente Massendichte, die zu einer gegenüber einer Keplerschen Ellipse stärkeren Bahnkrümmung und damit zu einer Periheldrehung des umlaufenden Planeten führt.

$$\frac{\psi}{2\pi} \approx \frac{3GM}{rc^2} = 1.5 \frac{r_s}{r}$$



Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**
- **Periheldrehung der Planeten (des Merkur)**
- **Laufzeitverlängerung des Licht der Venus in ob. Konjunkt. Shapiro-Effekt** [*nach Irwin Ira Shapiro *1929*]:
Die Laufzeit eines Radarpulses zur Oberfläche der Venus und zurück verlängert sich am Sonnenrand um $230 \mu\text{s}$ durch die Krümmung des Lichtweges und die Zeitdilatation im Schwerefeld der Sonne. Der Effekt wird auch als Shapiro-Verzögerung bezeichnet, wurde 1964 vorausgesagt und im Shapiro-Experiment 1968 nachgewiesen. Er ist ein Gravitationslinsen-Effekt.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**
- **Periheldrehung der Planeten (des Merkur)**
- **Laufzeitverlängerung des Licht der Venus in ob. Konjunkt.**
Shapiro-Effekt *[nach Irwin Ira Shapiro *1929]:*
2002 gelangen bei der Konjunktion der Raumsonde Cassini mit der Sonne Frequenzmessungen im Ka-Band, die den Shapiro-Effekt mit einer Genauigkeit von 0,001 % nachweisen konnten.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- Gravitationsrotverschiebung
- Lichtablenkung im Schwerfeld
- Periheldrehung der Planeten
- Laufzeitverlängerung des Licht der Venus in ob. Konjunkt.
- Shapiro-Effekt:

[Phys.Rev.Lett. 13, 789 (1964)]

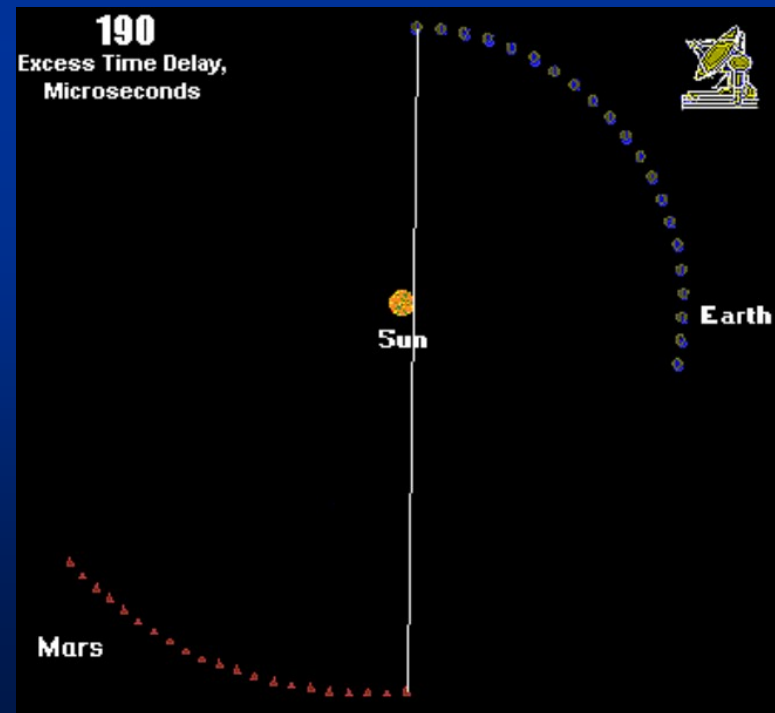


„Aktuelle Astronomie“-Kurs von Dr. Jürgen Wirth © 2014

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- **Gravitationsrotverschiebung**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld**
- **Periheldrehung der Planeten (des Merkur)**
- **Laufzeitverlängerung des Licht der Venus in ob. Konjunkt.**
Shapiro-Effekt:

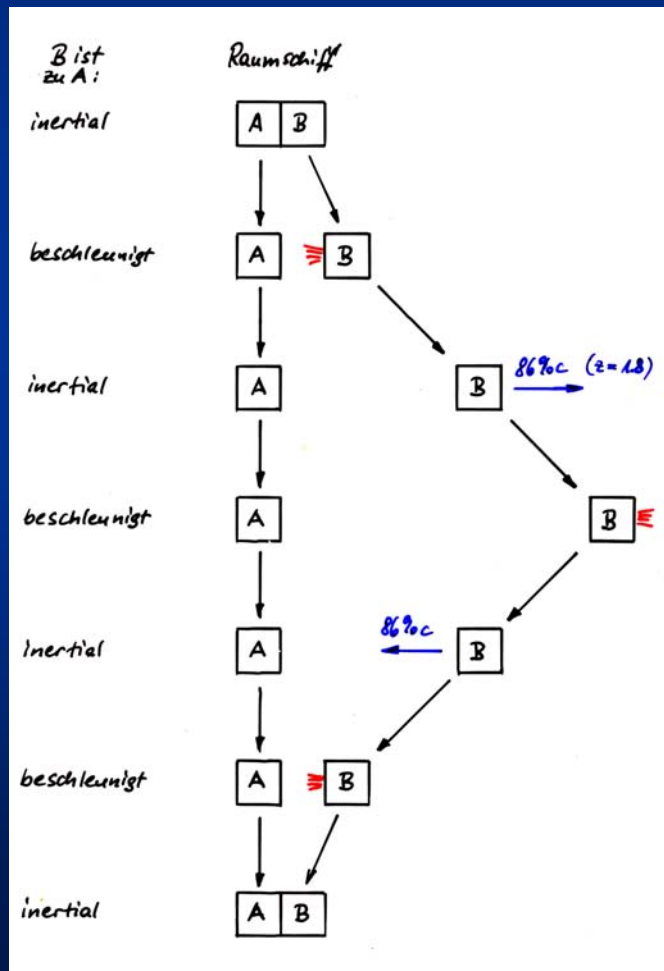


Quelle: Jeroll Thacker

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- Zwillingsparadoxon**



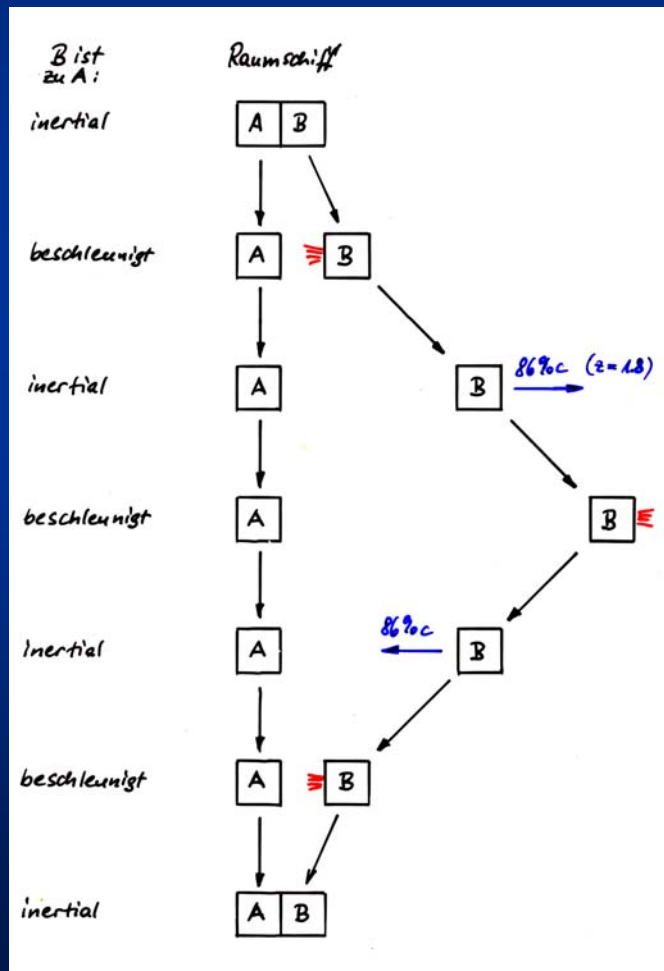
Raumschiff A und B befinden sich in demselben Inertialsystem.

Raumschiff B beschleunigt auf 86% c. Zunächst ist nicht zu erkennen, welches Raumschiff beschleunigt. Raumschiff B erleidet jedoch einen Energieverlust gegenüber A, wodurch die Situation nicht mehr symmetrisch ist.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- Zwillingsparadoxon**



Raumschiff A und B befinden sich in demselben Inertialsystem.

Raumschiff B beschleunigt auf 86% c.

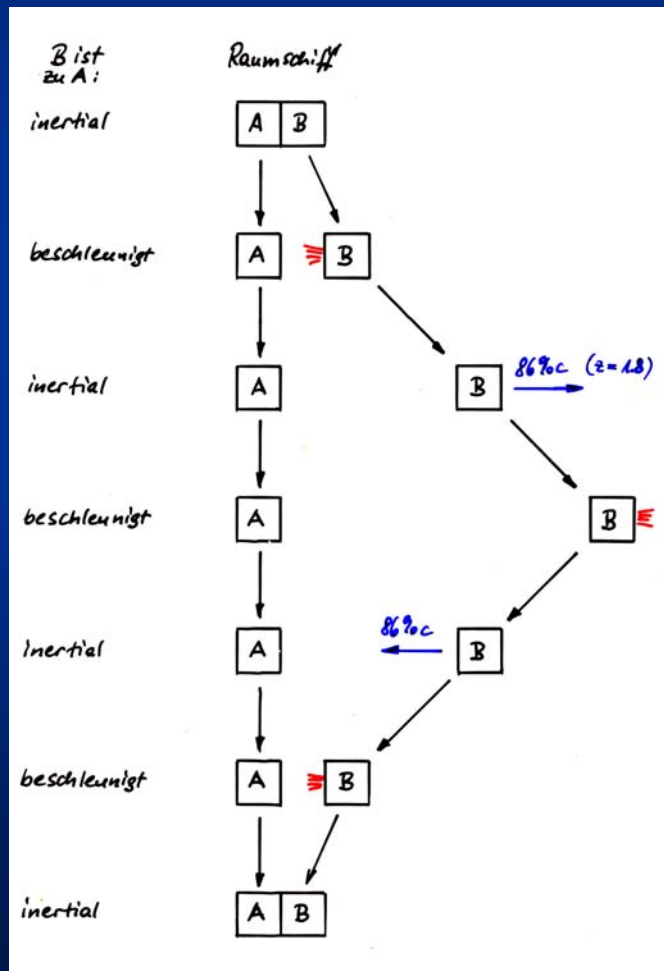
Beim gleichmäßigen Flug mit 86% c sind beide Raumschiffe inertial zueinander.

Nach 5 Jahren Flug bremst B ab und beschleunigt auf 86% c zurück zu A. Dabei erleidet das Raumschiff wiederum einen Energieverlust gegenüber A. Dort sind inzwischen 10 Jahre vergangen.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- Zwillingsparadoxon**



Raumschiff A und B befinden sich in demselben Inertialsystem.

Raumschiff B beschleunigt auf 86% c.

Beim gleichmäßigen Flug mit 86% c sind beide Raumschiffe inertial zueinander.

Nach 5 Jahren Flug bremst B ab und beschleunigt auf 86% c zurück zu A.

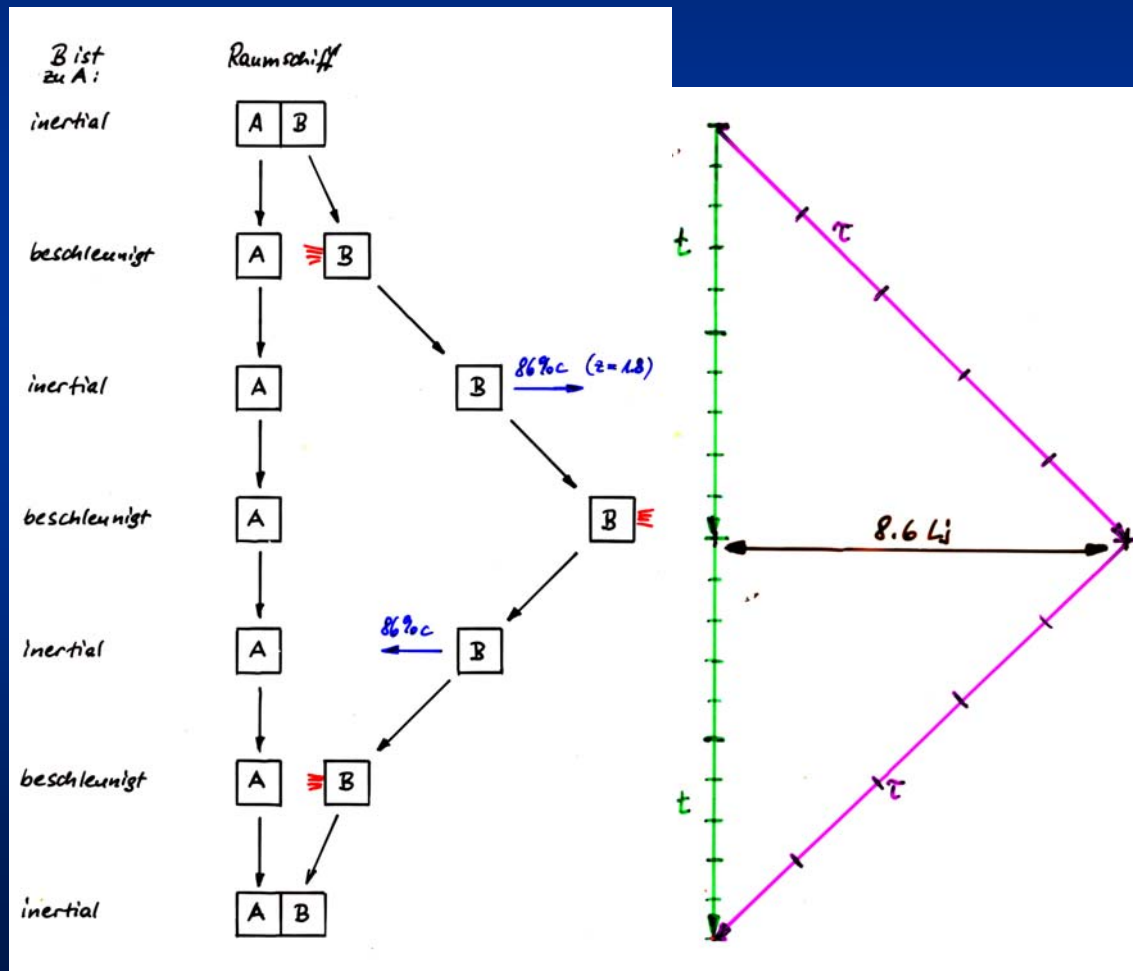
Beim gleichmäßigen Flug mit 86% c sind beide Raumschiffe wiederum inertial zueinander.

Schließlich muss Raumschiff B erneut bremsbeschleunigen, um in ein gemeinsames Inertialsystem mit A zurückzukehren.

Allgemeine Relativitätstheorie

Physikalische Folgen

- ### Zwillingsparadoxon



Nur bei oberflächlicher Betrachtung sind beide Raumschiffe physikalisch gleich zu behandeln. Die Beschleunigungen machen die Situation asymmetrisch. Raumschiff B ist insgesamt 10 Jahre unterwegs, entfernt sich 8.6 Lj von Raumschiff A, auf dem inzwischen 20 Jahre vergangen sind.